

Korrekturen zur 2. und 3. Auflage:

2.Aufl., S.VI, Zeile 1-2: Braunschweig gehörte damals nicht zum Königreich Hannover, sondern zum Herzogtum Braunschweig.

2. und 3.Auflage, Seite 26, Bemerkung 1 zum Satz 2.5.1 von Fenchel:

Der Beweis dieser Bemerkung ist in beiden Auflagen inkorrekt:

Aufl. 2: $p = 0$ ist möglich, und dann ist $p^\perp$ keine Ebene.

Aufl. 3: Der Schluss " $p = \int v(t)dt = 0$ für $v = c'$ " gilt nur für den gegebenen Parameter t von c , nicht für den Bogenlängenparameter von v , der im Beweis von Lemma 2.5.1 verwendet wird.

Korrektur:

Zunächst der Gleichheitsfall " $\mathcal{L}(v) = 2\pi$ " von Lemma 2.5.1:

Wenn $\mathcal{L}(v) = 2\pi$, dann gilt immer noch, dass die Kurve v jedenfalls in einer abgeschlossenen Halbsphäre liegt. Denn entweder ist v ein Großkreis. dann ist die Behauptung richtig, oder v ist kein Großkreis und damit nicht lokal Kürzeste auf der Sphäre. Im letzteren Fall gibt es einen Punkt auf v , so dass v in einer beliebig kleinen Umgebung U_j dieses Punktes verkürzt werden kann. Das heißt, man kann eine kürzere geschlossene Kurve v_j finden, die nur in U_j von v abweicht. Damit liegt v_j in einer offenen Halbsphäre (nach Lemma 2.5.1), es gibt also einen Einheitsvektor q_j mit $\langle q_j, v_j \rangle > 0$. Die Kurven v_j konvergieren gleichmäßig gegen v , und nach Übergang zu einer Teilfolge konvergieren die q_j gegen einen Einheitsvektor q . Also folgt $\langle v, q \rangle \geq 0$, und v liegt ganz in der abgeschlossenen Halbsphäre mit Mittelpunkt q .

Wenn jetzt $\int v(t)dt = 0$ ist für irgendeine Parameterisierung, dann folgt $\langle v(t), q \rangle = 0$ für alle t , denn das Integral darüber ist Null und der Integrand nicht-negativ. Damit liegt $v(t)$ in der Ebene $q^\perp$ für alle t . Für $v(t) = c'(t)$ ist $\int_0^L v(t)dt = c(L) - c(0) = 0$. Deshalb liegt v in einer Ebene $q^\perp$ und c in der Ebene $c(0) + q^\perp$, die wir mit $\mathbb{R}^2$ identifizieren.

Da c eine geschlossene ebene Kurve ist, muss jeder Vektor $w \in S^1$ mindestens einmal tangential an c sein, d.h. es gibt ein $t \in [0, L]$ mit $c'(t) = \pm w$. Der Einheitsvektor c' durchläuft also mindestens einen Halbkreis. Da die Länge der Bahn von c' gleich 2π ist, muss c' den vollen Kreis genau einmal durchlaufen oder einen Halbkreis genau einmal hin und zurück, aber letzteres widerspräche der Gleichung $\int c' = 0$.

Wir zeigen noch, dass c konvex und einfach geschlossen (injektiv) ist. Die lokale Konvexität folgt, weil c' die Kreislinie monoton durchläuft, d.h. die Krümmung $\langle c'', Jc' \rangle$ wechselt ihr Vorzeichen nicht. Um die Injektivität zu sehen betrachten wir c als Abbildung von S^1 nach $\mathbb{R}^2$. Dann hat jede Höhenfunktion $h_w : S^1 \rightarrow \mathbb{R}$, $h_w(s) = \langle c(s), Jw \rangle$ genau ein Maximum und ein Minimum, denn w kann nur zweimal als Tangentenvektor und also Jw nur zweimal als Normalenvektor von c auftreten. Wenn h_w bei $s \in S^1$ ein Minimum annimmt, ist demnach $h_w(\tilde{s}) > h_w(s)$ für alle $\tilde{s} \neq s$, also ist $c(\tilde{s}) \neq c(s)$.

2.Aufl., S.108, Beweis von Lemma 8.3.2: Der Beweisteil "Wenn (a) vorausgesetzt ist" enthält Druckfehler und auch mathematische Fehler; insbesondere darf μ keine Konstante sein, weil $f - \mu$ sonst nicht auf $U \setminus C$ verschwindet, was Voraussetzung für Lemma 8.3.3 ist. Korrektur:

Wenn (a) vorausgesetzt ist und X^s eine beliebige normale Variation von X ist, setzen wir $f = \langle \delta X, \nu \rangle$ und $\tilde{f} := f - \mu$ mit $\mu = \langle f|1 \rangle h = \delta \mathcal{V}(X)h$ für eine beliebige Funktion h auf U mit Träger in C (d.h. $h = 0$ auf $U \setminus C$) und mit $\langle h|1 \rangle = 1$. Dann erhalten wir $\langle \tilde{f}|1 \rangle = 0$ und mit (8.26)

$$-\delta \mathcal{A}(X) = \langle f|mH \rangle = \langle \tilde{f} + \mu|mH \rangle = -\delta \mathcal{A}(X) + \delta \mathcal{V}(X)/\langle h|mH \rangle. \quad (8.27)$$

Das nachfolgende Lemma 8.3.3 zeigt, dass es zu $\tilde{f}$ eine normale Variation $\tilde{X}^s$ von X mit konstantem Volumen gibt mit $\tilde{f} = \langle \delta \tilde{X}^s, \nu \rangle$. Mit (a) folgt dann $\langle \tilde{f}|mH \rangle = -\delta \mathcal{A}(\tilde{X}^s) = 0$, und aus (8.27) ergibt sich (8.24) mit $\lambda = -1/\langle h|mH \rangle$.

2.Aufl., S.135, Zeile 13: Mit der vorgestellten Methode wird eine Minimalfläche als eine konform parametrisierte harmonische Abbildung konstruiert, welche das Dirichletintegral (Energiefunktional) minimiert. Wie in Fußnote 5 bemerkt, folgt aus dem Verfahren noch nicht, dass damit auch schon der Flächeninhalt unter allen Flächen vom Typ der Kreisscheibe mit der vorgegebenen Randkurve minimiert ist. Hierzu wäre insbesondere noch der Nachweis zu erbringen, dass sich alle derartigen Flächen konform parametrisieren lassen, um Lemma 9.2.1 anwenden zu können. Dies ist zwar richtig, aber schwieriger als der in unserem Buch behandelte Spezialfall. Der Sachverhalt ist vollständig in der zitierten Arbeit von S. Hildebrandt und H. von der Mosel geklärt (es muss im Zitat übrigens "parametric" statt "geometric" heißen).

2.Aufl., S. 213: In (12.28) muss das v auf der linken Seite weg: $\theta_i = g(D_i v, Jv)$.