

Nichtlineare Probleme in Analysis, Geometrie und Physik

Zwischenbericht September 1998

Inhaltsverzeichnis

1	Umsetzung der Ziele und Konzepte des Graduiertenkollegs	1
	Arbeitsgruppe 1	3
	Arbeitsgruppe 2	8
	Arbeitsgruppe 3	15
	Arbeitsgruppe 4	20
	Arbeitsgruppe 5	25
	Arbeitsgruppe 6	29
	Arbeitsgruppe 7	32
2	Liste der Stipendiaten und Kollegiaten	34
3	Auswahl der Stipendiaten und Kollegiaten	35
4	Ausbildungsprogramm	35
	4.1 Graduiertenkolloquium	35
	4.2 Vorlesungen	35
	4.3 Seminare und Arbeitsgemeinschaften	37
	4.4 Klausurtagung auf Schloß Reisenburg	38
5	Interne Erfolgskontrolle des Kollegs	38
6	Gastwissenschaftlerprogramm	38
	6.1 Workshop "Nonlinear Problems in Noisy Systems"	38
	6.2 Workshop "Geometry and Analysis"	39
	6.3 „Augsburger Geometrietage“	40
	6.4 Gastvorlesungen	40
	6.5 Gastvorträge und Kurzaufenthalte	41
7	Zwischenbilanz	47

Zwischenbericht 1998

In diesem Bericht werden die Aktivitäten der am Graduiertenkolleg beteiligten Arbeitsgruppen in der zweijährigen Anlaufphase (1. 10. 1996 – 30. 9. 1998) beschrieben.

1 Umsetzung der Ziele und Konzepte des Graduiertenkollegs

Mit Blick auf den 1996 gestellten Antrag auf Einrichtung dieses Graduiertenkollegs ist zunächst festzustellen, daß Veränderungen im personellen Bereich gewisse (allerdings nicht gravierende) Verlagerungen bei den Forschungsthemen zur Folge hatten. Betroffen waren hiervon in erster Linie die Arbeitsgruppen 5 und 6 durch die Wegberufung der Kollegen Knieper und Muramatsu. Auf der anderen Seite erhielt das Graduiertenkolleg auch Zuwachs durch die beiden neu berufenen Kollegen Lohkamp und Ziegler. Während Herr Ziegler als Nachfolger von Herrn Muramatsu gewissermaßen dessen Platz in der Arbeitsgruppe 6 “Stark korrelierte Vielteilchensysteme” eingenommen hat, ist Herr Lohkamp mit einer eigenen Arbeitsgruppe, der Gruppe 7 “Geometrische Analysis”, neu hinzugekommen. Eine weitere Verstärkung erfuhr das Graduiertenkolleg durch die Kollegen Heber, Linz und Maier-Paape, die sich im Berichtszeitraum an der Universität Augsburg habilitierten. Insgesamt hat sich damit die Zahl der Mitglieder von 10 auf 13 erhöht.

Die personellen Veränderungen, mehr aber noch die veränderten Forschungsschwerpunkte und die tatsächlich erfolgten Kooperationen, haben zu einer formalen Umstrukturierung zweier Arbeitsgruppen geführt, nämlich der Gruppen 1 (ursprünglich “Verzweigungstheorie und dynamische Systeme”, Kielhöfer/Aulbach) und 2 (ursprünglich “Kontrolle und zeitabhängige Störungen bei gewöhnlichen Differentialgleichungen”, Colonius). Der Einfachheit halber beziehen wir uns im folgenden stets auf den derzeitigen Stand der Dinge, der sich wie folgt darstellt:

Arbeitsgruppe 1 : Nichtlineare Analysis (Kielhöfer/Maier-Paape)

Arbeitsgruppe 2 : Dynamik und Kontrolle gewöhnlicher Differentialgleichungen (Aulbach/Colonius)

Arbeitsgruppe 3 : Numerische Lösung gekoppelter Systeme nichtlinearer partieller Differentialgleichungen (Hoppe)

Arbeitsgruppe 4 : Nichtlineare Physik komplexer Systeme (Hänggi/Linz)

Arbeitsgruppe 5 : Globale Differentialgeometrie (Eschenburg/Heber/Heintze)

Arbeitsgruppe 6 : Stark korrelierte Vielteilchensysteme (Eckern/Ziegler)

Arbeitsgruppe 7 : Geometrische Analysis (Lohkamp)

Die Aktivitäten des Graduiertenkollegs finden primär auf den beiden Ebenen “Ausbildung” und “Forschung” statt, die natürlich auf vielfältige Weise miteinander verknüpft sind. Da die detaillierte Beschreibung der zurückliegenden Arbeit des Kollegs im nachfolgenden Bericht gegeben wird, beschränken wir uns an dieser Stelle auf eine eher summarische Übersicht über die bisherigen Aktivitäten.

Das gesamte Ausbildungsprogramm (siehe Seiten 81 bis 84) richtete sich grundsätzlich an alle Gruppen des Kollegs. Angesichts des sehr umfangreichen Angebots mußte jedoch von Seiten der Stipendiaten und Kollegiaten eine Auswahl getroffen werden, wobei – auch im Hinblick auf einen zügigen Fortgang der Promotionsprojekte – Kompromisse zwischen der angestrebten Breite der Ausbildung und dem Erwerb von Spezialkenntnissen einzugehen waren. Obligatorisch für alle war daher nur das wöchentlich stattfindende Graduiertenkolloquium. Besonders empfohlen wurde jedoch die Teilnahme an Veranstaltungen, die einem fachübergreifenden Dialog in besonderer Weise dienlich waren. Hierzu zählten neben speziellen Vorlesungen, Seminaren und Arbeitsgemeinschaften insbesondere die beiden interdisziplinär ausgerichteten Workshops (siehe Seiten 84 und 85).

Bei den Forschungsaktivitäten (siehe Seiten 49 bis 79) war die konkrete Zusammenarbeit zwischen den verschiedenen Arbeitsgruppen unterschiedlich stark ausgeprägt. Trotz der erst zweijährigen Laufzeit des Kollegs kam es aber schon zu einigen bemerkenswerten bi- und trilateralen Kooperationen. Zunächst zu erwähnen ist in diesem Zusammenhang, daß sich zwischen den ursprünglichen Arbeitsgruppen 1 und 2 eine Zusammenarbeit im Bereich der gewöhnlichen Differentialgleichungen herauskristallisiert hat, so daß angesichts der längerfristigen Perspektive und Intensität dieser Zusammenarbeit die oben erwähnte organisatorische Umstrukturierung dieser beiden Arbeitsgruppen vorgenommen wurde.

Eine weitere – und zwar trilaterale – Zusammenarbeit, die bereits konkrete Ergebnisse hervorgebracht hat, entwickelte sich zwischen den mathematischen Arbeitsgruppen 1 und 3 und der physikalischen Gruppe 4. Sie hat die Musterbildung bei nichtlinearen Phasenfeldgleichungen vom Cahn-Hilliard Typ und allgemeineren nichtkonvexen Modellen zum Thema. Bei der Behandlung dieses Problemkreises, aus dem bereits zwei Promotionsprojekte hervorgegangen sind, läßt die starke wechselseitige Anregung zwischen den analytischen, numerischen und physikalischen Betrachtungsweisen eine langandauernde und ertragreiche Zusammenarbeit erwarten. Eine zweite interdisziplinäre Kooperation besteht zwischen den Arbeitsgruppen 2 und 4 im Bereich der nichtlinearen Dynamik gewöhnlicher Differential- und Differenzgleichungen, bei der sich bereits eine erste mathematisch-physikalische Publikation zu parametermodulierter diskreter Dynamik abzeichnet. Zur Behandlung weiterer Fragestellungen aus der chaotischen Dynamik wird ein geeigneter Stipendiat oder Kollegiat gesucht, ebenso zu einem gemeinsamen Projekt aus den Bereichen Multistabilität und stochastische Resonanz.

Die Expertise der Arbeitsgruppe 3 im Bereich der Numerik partieller Differentialgleichungen hat über die oben erwähnten Beziehungen zu den Arbeitsgruppen 1 und 4 auch zu Kooperationen mit den übrigen Arbeitsgruppen geführt, wobei die mit der Arbeitsgruppe 2 besonders hervorzuheben ist. Dort wurde nämlich die Entwicklung eines effektiven Verfahrens zur Lösung von Hamilton-Jacobi-Bellman-Gleichungen erst durch diese Kooperation möglich. Eine weitere Verbindung, die bereits konkrete Ergebnisse hervorgebracht hat, betrifft die Arbeitsgruppen 1 und 5. Erst durch die Verbindung von Methoden aus der Theorie dynamischer Systeme mit geometrischen Überlegungen gelang die Herleitung von Existenz- und Nichtexistenzresultaten für Einsteinmetriken.

Neben den Kooperationen, die bereits zu konkreten Ergebnissen geführt haben, hat sich eine Reihe weiterer Querverbindungen entwickelt, die sich auf einem erfolgversprechenden Weg befinden, ohne im Moment schon „vorzeigbare“ Resultate aufweisen zu können (was angesichts der erst zweijährigen Laufzeit des Kollegs nicht verwunderlich ist). Da wären zunächst das in den Arbeitsgruppen 2 und 5 gewachsene Interesse an Liegruppen und homogenen Räumen (insbesondere Fahnenmannigfaltigkeiten) zu nennen, ferner das die Arbeitsgruppen 5 und 7 verbindende Interesse an topologischen, differentialtopologischen, geometrischen und analytischen Fragen, das bereits zu zahlreichen gemeinsamen Veranstaltungen geführt hat. Schließlich seien noch die Verknüpfungen der physikalischen Arbeitsgruppe 6 zu den mathematischen Arbeitsgruppen 5 und

7 und zur zweiten physikalischen Arbeitsgruppe, der Gruppe 4, genannt: Die beiden physikalischen Gruppen verbindet in erster Linie das gemeinsame Interesse an Fragestellungen betreffs der spektralen Verteilung von Energiezuständen in nichtlinearen Quantensystemen, dazu Probleme aus dem Umfeld nichtlinearer Feldgleichungen vom Ginzburg-Landau-Typ. Zur mathematischen Arbeitsgruppe 5 bestehen Verbindungen auf Grund der feldtheoretischen Ausrichtung und der daraus resultierenden Bedeutung der Symmetrie der betrachteten physikalischen Phänomene. Weitere interdisziplinäre Forschungsinteressen dieser beiden Arbeitsgruppen betreffen integrable Systeme und ihre Symmetrien, wobei in beiden Gruppen algebraische Strukturen wie Kac-Moody-Algebren eine wesentliche Rolle spielen. Schließlich sei noch das Interesse an quantenfeldtheoretischen Fragestellungen als Bindeglied zur mathematischen Arbeitsgruppe 7 genannt, die ihrerseits Vorlesungen zur mathematischen Physik, insbesondere Quantenfeld- und Stringtheorie, für die kommenden Semester angekündigt hat.

Bezüglich weiterer Einzelheiten, die Umsetzung der Konzepte und Zielsetzungen des Graduiertenkollegs betreffend, verweisen wir auf die nun folgenden Berichte der einzelnen Arbeitsgruppen, insbesondere auf die jeweiligen Abschnitte "Stellung im Graduiertenkolleg".

ARBEITSGRUPPE 1: NICHTLINEARE ANALYSIS

Prof. Dr. Hansjörg Kielhöfer

Priv.-Doz. Dr. Stanislaus Maier-Paape, Mitglied seit 1. 3. 1997

Dr. Thomas Wanner, Kollegiat seit 1. 10. 1996

Dipl.-Math. Dirk Blömker, Stipendiat vom 1. 4. 1997 bis 30. 4. 1998, seit 1. 5. 1998 Kollegiat

Dipl.-Math. Christoph Gugg, Kollegiat seit 1. 12. 1997

Dipl.-Math. Ernst Reißner, Stipendiat vom 1. 10. 1996 bis 31. 3. 1998

Forschungsthemen

Die Schilderung der Forschungsthemen dieser Arbeitsgruppe im Erstantrag von 1995/96 war sehr allgemein gehalten: wir haben im wesentlichen nur Verzweigungsprobleme mit Symmetrie erwähnt, welche wir jetzt im Fortsetzungsantrag unter dem Thema (j) im Teil A dieses Antrags aufgeführt haben. Der Grund dafür war der, daß wir uns über eine längere Zeit vor dem Erstantrag vornehmlich mit Fragestellungen der lokalen und globalen Verzweigungstheorie mit Symmetrie auseinandergesetzt haben. Während der Niederschrift des Erstantrags begannen wir, diese von uns gut beherrschten Verzweigungsmethoden auf nichtkonvexe Variationsprobleme anzuwenden. (Das fand z.B. bereits seinen Niederschlag in den Themen für kommende Dissertationen im Erstantrag.) Der Erfolg beim stationären Cahn-Hilliard Modell (Thema (a)) machte dann dieses Modell zu einem Schwerpunkt in unserer Arbeitsgruppe (Themen (a) bis (f)). Es ist deutlich erkennbar, daß durch die Kooperation mit der Arbeitsgruppe 3 (Hoppe) auch numerische Simulationen unser Interesse fanden. Durch Kooperation mit der Arbeitsgruppe 4 (Hänggi/Linz) erfuhren wir von den stochastischen partiellen Differentialgleichungen, welche das Oberflächenwachstum modellieren (Thema (g)). In Zusammenarbeit mit C.M. Elliott von der University of Sussex wurde dieses Thema auf geometrisch motivierte Oberflächenwachstumsgleichungen erweitert. Ein BMBF-Projekt mit M. Niggemann von der FH Würzburg führte uns zu Turbulenzmodellen (Thema (h)). Das Thema (i) ist die natürliche Erweiterung vom Cahn-Hilliard Modell auf allgemeinere Modelle, welche wir auch in Zusammenarbeit mit T. J. Healey von der Cornell University, Ithaca, USA, bearbeiten. Das Thema (k) schließlich ist in Kooperation mit R. Lauterbach vom WIAS Berlin (früher Universität Augsburg) entstanden.

Ergebnisse

Alle diese Themen, zu denen wir jetzt im Detail unsere erzielten Ergebnisse beschreiben, standen so nicht im Erstantrag. Sie haben während der letzten 3 Jahren unser Interesse gefunden, wobei das Graduiertenkolleg einen nicht unerheblichen Anteil hatte.

Im folgenden übernehmen wir die Gliederung unserer Forschungsthemen von Teil A (Seiten 4 bis 6) und beziehen uns direkt auf die Abschnitte (a) bis (k).

(a) *Das stationäre Cahn-Hilliard Modell*

In der Arbeit von Kielhöfer [8] wird die Musterbildung durch einen singulären Grenzübergang beschrieben. Ein wichtiger Schritt im Beweis ist eine äquivariante globale Verzweigungsanalyse für die Euler-Lagrange-Gleichung – eine in der Variationsrechnung eher ungewöhnliche Methode. Lösungen der Euler-Lagrange-Gleichung (= kritische Punkte des Funktionals mit Gradientem) werden durch eine globale Pfadverfolgung in den Parametern nachgewiesen. Der Clou dabei ist der, daß man das anvisierte Ziel auch erreicht, was sicherlich nicht aus allgemeinen Sätzen folgt. Ferner erreicht man durch diese Pfadverfolgung, daß neben Symmetrien auch gewisse Monotonien der bekannten Eigenfunktionen (am Startpunkt des Pfades) global erhalten bleiben, welche letztlich den singulären Grenzübergang ermöglichen.

In einer gerade fertiggestellten Diplomarbeit von M. Doll wird das "Minimal Interface Criterion" von Modica durch eine äquivariante Version erweitert, d.h. neben der Minimalität der Trennflächen zeichnen sich die singulären Muster durch aufgeprägte Symmetrien aus.

(b) *Das dynamische Cahn-Hilliard Modell*

Eine befriedigende mathematische Erklärung der spinodalen Entmischung ist in den Arbeiten von Maier-Paape und Wanner [13], [14] zu finden. Es wird gezeigt, daß Lösungen, deren Startwert zufällig aus einer kleinen Umgebung eines homogenen, instabilen Gleichgewichts gewählt werden, mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit von einer endlich-dimensionalen stark instabilen Mannigfaltigkeit dominiert werden. Die Lösungen auf dieser stark instabilen Mannigfaltigkeit zeigen Knotenlinien mit einer charakteristischen mittleren Breite (Wellenlänge) von kleiner Ordnung. Vorläufer dazu waren räumlich nur eindimensional und darüber hinaus nicht befriedigend, weil sie die physikalisch beobachteten Muster nicht erklären konnten. Eine weitere Anwendung findet die von Maier-Paape, Stoth und Wanner entwickelte Theorie bei mehrkomponentigen Cahn-Hilliard Systemen [12], wo sogenannte "pseudo binary" Muster gut erklärt werden können.

(c) *Numerische Simulation des singulären Grenzprozesses des stationären Cahn-Hilliard Modells*

Im Rahmen eines Typ-B-Forschungsprojekts der Universität Augsburg haben Miller und Maier-Paape [11] eine zufriedenstellende Numerik entwickelt. Die kritischen Punkte der Euler-Lagrange-Gleichung werden mit Hilfe eines Pfadverfolgers gefunden. Ohne die theoretische Vorarbeit (siehe (a)) ist diese Methode nicht denkbar – ein schönes Beispiel für die Symbiose von Analysis und Numerik. Es hat sich herausgestellt, daß die Lösungen in der Regel auf zweidimensionalen Mannigfaltigkeiten liegen, welche durch die drei Parameter im Problem vollständig aufgelöst werden. Die gefundenen numerischen Resultate bestätigen die Theorie vollkommen und lassen durch ihre Muster darauf schließen, daß es sich um globale Minimierer in ihrer Symmetrieklasse handelt. Auf diesen Resultaten baut die Diplomarbeit von Herrn Miller auf.

(d) *Numerische Simulation des dynamischen Cahn-Hilliard Modells, insbesondere der spinodalen Entmischung*

In Kooperation mit der Arbeitsgruppe 3 (Hoppe) entstand das Thema der Dissertation der Stipendiatin E. Nash. Sie entwickelt einen Algorithmus, der die theoretisch vorhergesagte und experimentell beobachtete spinodale Entmischung (siehe (b)) numerisch in zwei Raumdimensionen simuliert. Ihre Methode beruht auf iterativen Verfahren und adaptiven Gitteranpassungen auf der Grundlage von Fehlerschätzern, welche ein Forschungsthema der Arbeitsgruppe 3 bilden.

Zusammen mit E. Sander (Georgia Institute of Technology) konnte T. Wanner [18] numerisch zeigen, daß die theoretischen Ergebnisse von (b) auch jenseits einer kleinen Umgebung des homogenen Gleichgewichts ihre Gültigkeit nicht verlieren. Grund dafür ist ein globales lineares Verhalten der Cahn-Hilliard Gleichung in Bereichen des Phasenraumes, in denen man echt nicht-lineare Phänomene erwarten würde [19]. In diesem Forschungsthema zeigt sich wiederum sehr schön, wie sich Analysis und Numerik wechselseitig stimulieren.

(e) *Langzeitdynamik des Cahn-Hilliard Modells, insbesondere Attraktoren*

Die durch die Numerik von Miller und Maier-Paape [11] gewonnenen Einblicke in die Struktur der kritischen Punkte (= Gleichgewichte des dynamischen Cahn-Hilliard Modells) (siehe (c)) lassen sich wieder analytisch verwerten: Mit Hilfe von Conley-Index Theorie kann man Aussagen über die Feinstruktur des Attraktors der Cahn-Hilliard-Gleichung wie etwa die Existenz von heteroklinen Verbindungen nachweisen. Dieses Ergebnis [16] geht auf eine Zusammenarbeit mit K. Mischaikow (Georgia Institute of Technology) zurück.

(f) *Metastabilität (Slow motion)*

In einer Zusammenarbeit mit W. Kalies (Florida Atlantic University) und R. VanderVorst (Georgia Institute of Technology) konnte eine neue Methode zum Nachweis von Metastabilität entwickelt werden [7], die sich als äußerst flexibel herausgestellt hat. Mit ihr konnten nicht nur die bekannten Ergebnisse für die Allen-Cahn und die Cahn-Hilliard Gleichung reproduziert werden, sie lieferte auch den Nachweis von "Slow motion" bei der erweiterten Fisher-Kolmogorov Gleichung und dem Phasenfeldmodell. Des weiteren konnte diese Methode mit Erfolg auf Systeme von parabolischen Gleichungen angewandt werden.

(g) *Oberflächenwachstum, stochastische Differentialgleichungen*

In Kooperation mit der Arbeitsgruppe 4 (Hänggi, Linz) entstand das Thema der Dissertation des Stipendiaten D. Blömker. Er entwickelt eine Existenztheorie für nichtlineare parabolische Differentialgleichungen mit weißem Rauschen, was ein relativ neues mathematisches Gebiet darstellt. Er konnte bereits die zeitliche Entwicklung der Oberflächenrauigkeit, wie sie durch formale Skalierungsansätze gefunden wird, theoretisch nachweisen. In Zusammenhang mit Oberflächenwachstumsgleichungen besteht darüber hinaus eine Kooperation von Herrn Maier-Paape mit C. M. Elliott, Univ. of Sussex. Den Schwerpunkt dabei bilden allerdings eher geometrisch motivierte Evolutionsgesetze für Oberflächen, deren Bewegung von Oberflächendiffusion und etwa der Krümmung bestimmt ist (vgl. [2]).

(h) *Turbulenzmodelle*

Der Kollegiat C. Gugg hat sich in die Turbulenztheorie von Yakhot und Orszag eingearbeitet und er versucht, diese an einfachen Modellen zu verstehen. Er ist noch in der Einarbeitungsphase, und eigene Ergebnisse sind noch nicht erwähnenswert.

(i) *Nichtlineare Variationsprobleme*

In [6] werden nichtkonvexe Variationsprobleme (z.B. Phasenübergänge oder elastische Modelle) durch eine elliptische Regularisierung mit anschließendem singulären Grenzübergang behandelt. Wir erhalten ein globales Kontinuum kritischer Punkte (in Spezialfällen Minimierer) des nichtkonvexen Variationsproblems, für das direkte Methoden wegen fehlender schwacher Unterhaltbarkeit nicht anwendbar sind. Wir diskutieren die Ergebnisse für eindimensionale Modelle der Elastizitätstheorie oder auch der Phasenübergänge.

(j) *Verzweigungsprobleme mit Symmetrie*

In der Arbeit [4] wird die Existenz freier Schwingungen einer nichtlinearen Wellengleichung auf der Sphäre nachgewiesen. Die Symmetrie der Sphäre erlaubt neben der Existenz auch die Struktur der periodischen Lösungen zu studieren: Durch eine äquivariante Analysis finden wir stehende,

rotierende und diskret-rotierende Wellen. Während die rotierenden Wellen starr rotieren, zeigen die diskret-rotierenden Wellen eine erstaunliche Periodizität: Ein (symmetrisches) Muster erscheint zu festen Bruchteilen der Periode in räumlich gedrehter Form wieder, bis es nach einer Periode in die Ausgangsform zurückkehrt.

(k) *Dynamik in der Nähe heterokliner Netzwerke*

Herr Reißner hat als Stipendiat seine Dissertation [17] abgeschlossen. Das Thema entstand vor ca. 4 Jahren in Zusammenarbeit mit PD Dr. R. Lauterbach vom WIAS Berlin. Die Dynamik in der Nähe von heteroklinen Netzwerken (zu deren Existenz siehe [9], [10]) war bislang nicht Gegenstand der Forschung. Herr Reißner hat hier also absolutes Neuland betreten und ist zu erstaunlichen Resultaten gelangt. Unter vernünftigen (generischen?) Annahmen tritt eine komplexe Dynamik auf, für die eine Konjugation zum Bernoulli-Shift nachweisbar ist.

Stellung im Graduiertenkolleg

Wie aus dem obigen Ergebnisbericht ersichtlich, sind zwei Themen zu Dissertationen aus Kooperationen mit anderen Arbeitsgruppen des Graduiertenkollegs entstanden. Ein drittes Thema ist der Thematik des Graduiertenkollegs eng verbunden und hat starke Bezüge zu den beiden anderen Themen.

In Zusammenarbeit mit der Arbeitsgruppe 4 (Hoppe) entstand das Thema der Dissertation der Stipendiatin E. Nash (Thema (d), siehe auch den Einzelbericht im Teil C, Seite 119). In Zusammenarbeit mit der Arbeitsgruppe 3 (Hänggi/Linz) entstand das Thema der Dissertation des Stipendiaten D. Blömker (jetzt Kollegiat) (Thema (g), siehe auch den Einzelbericht im Teil C, Seite 95). In einem BMBF-Projekt mit M. Niggemann von der FH Würzburg entstand das Thema der Dissertation des Kollegiaten C. Gugg (Thema (h), siehe auch den Einzelbericht im Teil C, Seite 105).

Diese drei Themen sind auch wiederum untereinander verknüpft: Sowohl die Turbulenzmodelle als auch die Oberflächenwachstumsgleichungen sind partielle Differentialgleichungen mit stochastischem Term, so daß sich die Doktoranden diesbezüglich austauschen können. Die deterministischen Anteile dieser Gleichungen sind von dem Typ, den die Doktorandin Nash numerisch simuliert, so daß auch hier Gemeinsamkeiten vorliegen. In Oberseminaren und im Graduiertenkolloquium wird regelmäßig über den Stand der Arbeiten berichtet, was bei den drei Doktoranden auf reges Interesse stößt.

Publikationen, die im Berichtszeitraum entstanden sind und in Zusammenhang mit dem Graduiertenkolleg stehen

- [1] J. R. Brannan, J. Duan, and T. Wanner. Dissipative quasigeostrophic dynamics under random forcing. Preprint 1571, IMA, University of Minnesota, 1998.
- [2] C. M. Elliott and S. Maier-Paape. Losing a graph with surface diffusion. In Vorbereitung.
- [3] P. Fife, S. Maier-Paape, H. Kielhöfer, and T. Wanner. Perturbation of doubly periodic solution branches with applications to the Cahn-Hilliard equation. *Phys. D*, 100:257–278, 1997.
- [4] C. Gugg, T. J. Healey, H. Kielhöfer, and S. Maier-Paape. Nonlinear standing and rotating waves on the sphere. Report Nr. 395, Institut für Mathematik, Universität Augsburg, 1998
- [5] T. Healey and H. Kielhöfer. Free nonlinear vibrations for a class of two-dimensional plate equations: standing and discrete-rotating waves. *Nonlinear Anal.*, 29:501–531, 1997.
- [6] T. Healey and H. Kielhöfer. Global continuation via higher-gradient regularization and singular limits in forced one-dimensional phase transitions. Report Nr. 393, Institut für Mathematik, Universität Augsburg, 1998

- [7] W. D. Kalies, R. C. VanderVorst, and T. Wanner. Slow motion in higher-order systems and Γ -convergence in one space dimension. Report 97-259, Center for Dynamical Systems and Nonlinear Studies, Georgia Institute of Technology, 1997.
- [8] H. Kielhöfer. Pattern formation of the stationary Cahn-Hilliard model. *Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A*, 127A:1219–1243, 1997.
- [9] R. Lauterbach, S. Maier-Paape, and E. Reißner. A systematic study of heteroclinic cycles in dynamical systems with broken symmetries. *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*, 126:885–909, 1996.
- [10] R. Lauterbach and S. Maier-Paape. Heteroclinic cycles for reaction diffusion systems by forced symmetry-breaking. Erscheint in *Trans. Amer. Math. Soc.*.
- [11] S. Maier-Paape and U. Miller. Pathfollowing the equilibria of the Cahn-Hilliard equation on the square. In Vorbereitung.
- [12] S. Maier-Paape, B. Stoth, and T. Wanner. Spinodal decomposition for multi-component Cahn-Hilliard systems. 1998. In Vorbereitung.
- [13] S. Maier-Paape and T. Wanner. Spinodal decomposition for the Cahn-Hilliard equation in higher dimensions. Part I: Probability and wavelength estimate. *Comm. Math. Phys.*, 195:435–464, 1998.
- [14] S. Maier-Paape and T. Wanner. Spinodal decomposition for the Cahn-Hilliard equation in higher dimensions. Part II: Nonlinear dynamics. Report 372, Institut für Mathematik, Universität Augsburg, 1997.
- [15] S. Maier-Paape and T. Wanner. Spinodal decomposition in the linear Cahn-Hilliard model. *Preprint*, 1997.
- [16] K. Mischaikow, S. Maier-Paape, and T. Wanner. Global dynamics of the Cahn-Hilliard equation. In Vorbereitung.
- [17] E. Reißner. On flows with spatio-temporal symmetries near heteroclinic networks. Doktorarbeit, Institut für Mathematik, Universität Augsburg, 1998.
- [18] E. Sander and T. Wanner. Monte Carlo simulations for spinodal decomposition. Report 399, Institut für Mathematik, Universität Augsburg, 1998.
- [19] E. Sander and T. Wanner. Unexpectedly linear behavior for the Cahn-Hilliard equation. 1998. In Vorbereitung.

Diplomarbeiten und Dissertationen, die im Berichtszeitraum abgeschlossen wurden und in Zusammenhang mit dem Graduiertenkolleg stehen

Diplomarbeiten:

- C. Gugg: Nichtlineare stehende und rotierende Wellen auf der Sphäre. Juli 1997
- E. Wuchner: Pattern formation of the stationary Cahn-Hilliard model in higher dimensions. November 1997
- M. Doll: Der singuläre Grenzübergang globaler Minimierer des Cahn-Hilliard Modells mit Symmetrie. September 1998

Dissertation:

- E. Reißner: On flows with spatio-temporal symmetries near heteroclinic networks. September 1998

ARBEITSGRUPPE 2: DYNAMIK UND KONTROLLE GEWÖHNLICHER DIFFERENTIALGLEICHUNGEN

Prof. Dr. Bernd Aulbach

Prof. Dr. Fritz Colonius

Dr. Lars Grüne, Stipendiat vom 1. 1. bis 30. 9. 1997

Dipl.-Math. Stefan Grünvogel, Kollegiat seit 1. 2. 1997

Stefan Keller (Staatsexamen Mathematik/Physik), Stipendiat seit 1. 8. 1997

Dipl.-Math. Stefan Siegmund, Stipendiat seit 1. 10. 1996

Dipl.-Math. Dietmar Szolnoki, Stipendiat seit 1. 12. 1997

Forschungsthemen

Im Mittelpunkt unserer Untersuchungen stehen gewöhnliche Differentialgleichungen, deren rechte Seiten explizit von der Zeit abhängen. Wir interessieren uns dabei sowohl für Gleichungen, deren zeitabhängige Koeffizienten sich als Störungen oder Kontrollen interpretieren lassen, als auch für solche, bei denen eine weitgehend willkürliche Zeitabhängigkeit vorliegt. Die verwendeten Untersuchungsmethoden stammen aus der analytischen Theorie gewöhnlicher Differentialgleichungen, der topologischen Theorie dynamischer Systeme und der Kontrolltheorie.

In der Linearisierungstheorie sind die Charakterisierung und die Approximation des Lyapunov-Spektrums sowie die Konstruktion und Anwendung von invarianten Mannigfaltigkeiten, die topologische und glatte Äquivalenz sowie die Herleitung von Normalformen zu nennen, ferner die Anwendung auf Stabilisierung an singulären Punkten und die Visualisierung der zugehörigen numerischen Ergebnisse. Die numerische Berechnung von Lyapunov-Exponenten erfolgt mit Hilfe einer Hamilton-Jacobi-Bellman Differentialgleichung aus der Theorie der optimalen Steuerung. Man erhält in diesem Zusammenhang lokale Stabilisierungsergebnisse für Kontrollsysteme mit singulärem Punkt. In der Globalen Analyse studieren wir insbesondere invariante Kontrollmengen und Multistabilitätsbereiche. Von zentraler Bedeutung hierfür ist das theoretische und numerische Studium von Kontrollmengen, also maximaler Gebiete vollständiger Kontrollierbarkeit. Schließlich sei noch erwähnt, daß sich viele der genannten Resultate auf stochastische Probleme anwenden lassen, indem man die Kontrollfunktion durch eine zufällige Störung ersetzt.

Die Beziehungen zu stochastischen Systemen waren insbesondere Gegenstand eines Workshops "Nonlinear Problems in Noisy Systems" (29. 9.–2. 10. 1997), der gemeinsam mit der Arbeitsgruppe 4 (Hänggi/Linz) organisiert wurde. Dabei standen Multistabilitätsphänomene und Stochastische Resonanz im Mittelpunkt des Interesses.

Die Beziehungen der numerischen Aspekte des Arbeitsbereichs zu Differentialinklusionen, zur allgemeinen Theorie zeitabhängiger Differentialgleichungen, und zu zufälligen Differentialgleichungen wurden im Rahmen des Workshops "Approximation of Perturbed or Controlled Dynamics" (15. 3.–19. 3. 1998) (mit Prof. M. Dellnitz, Bayreuth) thematisiert, der im Rahmen des DFG Schwerpunktprogramms "Ergodentheorie, Analysis und effiziente Simulation dynamischer Systeme (DANSE)" organisiert wurde.

Die Arbeit an einer Monographie [25] über den kontrolltheoretischen Teil des skizzierten Arbeitsbereichs ist im wesentlichen abgeschlossen; das Buch soll 1998 beim Birkhäuser Verlag erscheinen. Die Fertigstellung einer weiteren Monographie [14] hat sich dadurch verzögert, daß über die ursprünglichen Themen hinaus auch Glattheitsfragen für invariante Mannigfaltigkeiten behandelt werden sollen, die derzeit im Rahmen des Promotionsprojekts des Stipendiaten Stefan Siegmund erarbeitet werden.

Ergebnisse

Es folgt die detaillierte Beschreibung der zu den einzelnen Projekten erzielten Ergebnisse.

(a) *Qualitative Analyse von Differentialgleichungen von Carathéodory Typ*

Es ist das Ziel dieses Projekts, für Differentialgleichungen mit nur meßbarer Zeitabhängigkeit Ergebnisse herzuleiten, die für die qualitative Analyse solcher Systeme grundlegend sind. Die Arbeit [1] gibt eine Übersicht über Ergebnisse dieser Art, während die Folge der Arbeiten [9], [10], [11] die Herleitung u. a. folgender Sachverhalte enthält: Existenz und Eigenschaften invarianter Mannigfaltigkeiten, Theorie der Zentrumsmanigfaltigkeiten, Reduktionsprinzip, Satz von Hartman-Grobman und dessen Verallgemeinerung (Satz von Palmer-Šošitaišvili). Glattheitseigenschaften invarianter Mannigfaltigkeiten sowie glatte Linearisierungen und Normalformen im Zusammenhang mit Gleichungen der genannten Art sind Gegenstand des Promotionsprojekts des Stipendiaten Stefan Sigmund (siehe den Bericht im Teil C auf Seite 130).

(b) *Qualitative Analyse nichtautonomer Differenzgleichungen*

Um dem Mangel an qualitativen Methoden für Differenzgleichungen abzuhelpfen, haben wir uns die Entwicklung einer qualitativen Theory für solche Gleichungen zum Ziel gesetzt, wobei – speziell im Hinblick auf die Behandlung nichtstationärer Probleme, insbesondere Chaos – die rechten Seiten der Gleichungen explizit (nicht notwendig periodisch) von der Zeit abhängen. Eine Übersicht zur Rolle der Invarianz für solche Gleichungen wird in [3] gegeben. In den Arbeiten [4], [8] und [12] werden (gewissermaßen vorbereitende) Ergebnisse über *lineare* Systeme bewiesen, wobei auf die Voraussetzung der Existenz von Rückwärtslösungen verzichtet wird. Die Arbeit [2] schließlich enthält einen für die weitere Entwicklung der Theorie fundamentalen Existenzsatz für invariante Faserbündel.

(c) *Dynamische Gleichungen auf Maßketten*

Obwohl sich der vor etwa 10 Jahren von B. Aulbach und S. Hilger ins Leben gerufene (und von V. Lakshmikantham und Mitarbeitern 1996 in einer Monographie popularisierte) sog. Maßkettenkalkül seitdem gut entwickelt hat, sind doch eine Reihe wichtiger Themen noch nicht (bzw. nicht ausreichend) behandelt. Im Rahmen seines Promotionsprojekts hat der Stipendiat Stefan Keller (siehe den Bericht im Teil C auf Seite 110) zunächst einige grundlegende Ergebnisse des Maßkettenkalküls erarbeitet, die für das Studium dynamischer Gleichungen benötigt werden. Gleichungen dieser Art wurden dann hinsichtlich Stabilität und Linearisierung untersucht, und die in der Theorie gewöhnlicher Differentialgleichungen wohletablierte und anwendungsreiche Mittelwertmethode wurde im Rahmen des Maßkettenkalküls entwickelt, womit insbesondere die Übertragung dieser Methode auf Differenzgleichungen gelungen ist.

(d) *Asymptotisches Verhalten nichtautonomer nichtlinearer Evolutionsgleichungen*

In diesem Projekt untersuchen wir das asymptotische Lösungsverhalten nichtautonomer nichtlinearer Differentialgleichungen auf dem Niveau abstrakter Evolutionsgleichungen. Die Grundidee der Vorgehensweise ist, Konzepte der für autonome und lineare Gleichungen wohletablierten Halbgruppentheorie so zu modifizieren (durch Einführung der sog. Evolutionshalbgruppen nichtlinearer Operatoren), daß sie sich auf Gleichungen anwenden lassen, die weder autonom noch linear sind. Entsprechend dem hohen Grad an Abstraktion sind die in diesem Rahmen zu erzielenden Ergebnisse natürlich bescheidener als in den vorherigen Projekten. In der Arbeit [5] werden hinreichende Bedingungen für die Existenz und Stabilität von Lösungen angegeben. Ist die Zeitabhängigkeit der betrachteten Gleichungen wenigstens fastperiodisch, so wird in [6] und [7] gezeigt, daß sich weitergehende Aussagen über das asymptotische Lösungsverhalten gewinnen lassen, die auch Anwendungen im Bereich der gewöhnlichen und partiellen Funktionaldifferentialgleichungen besitzen.

(e) *Multistabilität und Dynamische Zuverlässigkeitstheorie*

Wir betrachten Systeme der Form

$$\dot{x}(t) = X_0(x(t)) + \sum_{i=1}^m u_i(t) X_i(x(t)), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$u \in \mathcal{U} = \{u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^m, (u_i(t)) \in U \subset \mathbb{R}^m, \text{meßbar}\},$$

wobei X_0, \dots, X_m glatte Vektorfelder auf einer glatten Mannigfaltigkeit M sind, und $U \subset \mathbb{R}^m$ eine kompakte und konvexe Menge. Die Funktionen $u \in \mathcal{U}$ können als zeitabhängige Perturbationen oder als Kontrollen aufgefaßt werden. Generisch ergibt sich bei geeigneten Kompaktheitsvoraussetzungen, daß alle Trajektorien dieses Systems für $t \rightarrow \infty$ gegen eine invariante Kontrollmenge laufen und sie approximativ ausfüllen. Die Bereiche der Multistabilität sind gegeben durch die Anfangswerte, von denen aus das System in verschiedene invariante Kontrollmengen laufen kann, oder sowohl in eine invariante Kontrollmenge laufen als auch unbeschränkt werden kann. Sie werden beschrieben durch die relativ invarianten Kontrollmengen und ihre Einzugsbereiche, siehe [22]. Ersetzt man $u(t)$ durch eine zufällige Störung, so sind die deterministischen Multistabilitätsbereiche genau die Multistabilitätsbereiche dieser zufälligen Differentialgleichung, d.h., die Bereiche, von denen aus das System mit positiver Wahrscheinlichkeit in zwei verschiedene stationäre Zustände läuft oder unbeschränkt wird (siehe [15]). Dieses Resultat besitzt u.a. Anwendungen in der dynamischen Zuverlässigkeitstheorie, wo entschieden werden soll, ob ein System unter Störungen instabil werden kann. Die obige Analyse erlaubt es zu beschreiben, wann dies mit positiver Wahrscheinlichkeit der Fall ist. In [21] werden diese Verfahren u. a. auf ein Modell des Schiffskenterns aus der Ingenieurliteratur mit multiplikativen Störungen angewandt. Numerisch treten hier als Kontrollmengen sog. „kontrollheterokline Orbits“ auf. Die hierbei verwendeten Methoden zur Berechnung von Erreichbarkeitsmengen werden weiter unten beschrieben. Das theoretische Verständnis dieser globalen Bifurkationsphänomene steht noch ganz am Anfang. (Einige lokale Bifurkationsszenarien wollen wir im nächsten Antragszeitraum analysieren).

(f) *Numerik von Kontrollmengen und Erreichbarkeitsmengen*

Die Bedeutung von Kontrollmengen für das qualitative Verhalten von gestörten Systemen wurde im vorherigen Projekt (e) skizziert. Im allgemeinen können diese Mengen jedoch nicht analytisch bestimmt werden; stattdessen müssen numerische Verfahren eingesetzt werden. Das bisher in diesem Projekt verwendete Verfahren von G. Häckl ist auf Systeme niedriger Dimension beschränkt. Daher haben wir – in Ergänzung dieses Verfahrens – mit zwei neuen Ansätzen experimentiert: Berechnung von Erreichbarkeitsmengen mit Subdivisionsverfahren zur Bestimmung von Attraktoren nach Dellnitz/Homann (vgl. die Diplomarbeit sowie den Arbeitsbericht des Stipendiaten D. Szolnoki im Teil C auf Seite 134) sowie mit Hilfe von zeitoptimaler Steuerung und einer zugehörigen Hamilton-Jacobi-Bellman-Gleichung. Die Resultate in [21] wurden mit Methoden der optimalen Steuerung erzielt. Wir vermuten, daß die Subdivisionstechniken den anderen Verfahren überlegen sein werden.

(g) *Charakterisierung des Lyapunov-Spektrums und Invariante Mannigfaltigkeiten*

In Verallgemeinerung der Resultate aus [18] konnten wir für allgemeine bilineare Kontrollsysteme auf Vektorraumbündeln (also insbesondere für linearisierte Kontrollsysteme über Kontrollmengen) das Lyapunov-Spektrum mit Hilfe des Floquet- und des Morse-Spektrums charakterisieren. Insbesondere ist dabei die maximale, also die invariante Kontrollmenge im projektiven Bündel eindeutig, falls das System reell analytisch ist. Ferner erhält man mit Hilfe von Techniken aus der Theorie der Schiefproduktflüsse invariante und stabile/instabile Mannigfaltigkeiten. Diese Ergebnisse erscheinen in der Monographie [25].

(h) *Approximation des Lyapunov-Spektrums*

In den bisherigen Resultaten über die Approximation des Lyapunov-Spektrums bilinearer Kontrollsysteme durch diskontierte optimale Wertefunktionen mit kleiner Diskontrate (und damit durch die Lösung einer assoziierten Hamilton-Jacobi-Bellman-Gleichung) wurden zum Beweis der Konvergenz auf nichtinvarianten Kontrollmengen a-priori Annahmen über das Verhalten der optimalen Trajektorien gemacht (vgl. [28]). In seiner Dissertation konnte der Stipendiat L. Grüne Konvergenz unter der Bedingung nachweisen, daß das Floquet-Spektrum und das Morse-Spektrum über einer Kontrollmenge des projizierten Systems übereinstimmen. Diese Gleichheit der Spektren wiederum ist unter einer Innere-Paar-Bedingung an das Kontrollsystem generisch erfüllt. Der Wert dieses Approximationsresultats liegt insbesondere darin, daß nun Konvergenz für verschwindende Diskontrate unter genau den gleichen Bedingungen garantiert ist, unter denen die Struktur des Lyapunov-Spektrums theoretisch bekannt ist.

Im Kontext der optimalen Steuerung konnte dieses Resultat im folgenden auf allgemeine nichtlineare Kontrollsysteme übertragen werden [32]. Damit ist (unter passender Erweiterung der oben genannten Regularitätsbedingung auf allgemeine Wertefunktionen) ein Problem der optimalen Steuerung, das auch unter dem Namen „ergodisches Problem für die Hamilton-Jacobi-Bellman-Gleichung“ in der Literatur (P. L. Lions) bekannt ist, gelöst worden.

Desweiteren hat L. Grüne die von ihm entwickelten Beweistechniken dazu verwendet, ein exponentielles Spektrum für lineare Flüsse auf Vektorraumbündeln über die Häufungspunkte exponentieller Wachstumsraten in endlicher Zeit über invarianten Mengen des projizierten Flusses zu definieren [32]. Für dieses Spektrum läßt sich mit relativ einfachen analytischen Methoden nachweisen, daß es aus einer Vereinigung abgeschlossener Intervalle besteht, deren Randpunkte Lyapunov-Exponenten sind, die zudem als Limes (statt als Limes Superior) für geeignete Trajektorien realisiert werden können. Da sich darüberhinaus leicht zeigen läßt, daß dieses Spektrum bei geeigneter Wahl der invarianten Mengen mit dem Morse-Spektrum übereinstimmt, steht somit nun ein direkter analytischer Beweis für die Regularitätseigenschaften des Morse-Spektrums zur Verfügung, ohne Rückgriff auf ergodentheoretische Hilfsmittel.

In [40], [41] konnte der Kollegiat S. Grünvogel zeigen, daß die Charakterisierung des Lyapunov-Spektrums mit Hilfe des Floquet- und des Morse-Spektrums auch für gewisse Systeme ohne lokale Akzessibilität möglich ist. Dieses Resultat ist insbesondere für Systeme mit Symmetrien wichtig, weil hier typischerweise die Akzessibilität verletzt ist.

(i) *Stabilisierung nichtlinearer Kontrollsysteme*

Bereits zu Beginn des Berichtszeitraums konnte die Existenz stabilisierender diskreter Feedbacks für semilineare Kontrollsysteme als eine Folgerung aus der Approximation des Lyapunov-Spektrums nachgewiesen werden [27]. Dieses Resultat konnte nun in [33] mittels einer Linearisierungstechnik auf nichtlineare Kontrollsysteme an singulären Punkten (in denen die Linearisierung gerade ein semilineares Kontrollsystem ergibt) verallgemeinert werden. Die Hauptarbeit liegt dabei im Nachweis der Robustheit der Stabilisierung des semilinearen Systeme gegen (hinreichend kleine) deterministische zeitvariante Störungen. Als Ergebnis erhält man dann die Äquivalenz von gleichmäßiger exponentieller Kontrollierbarkeit und gleichmäßiger exponentieller Stabilisierbarkeit mittels eines diskreten Feedbacks.

Auch dieses Resultat konnte noch etwas verbessert werden: In [31] wurde das gleiche Äquivalenzresultat ohne die – aus der ursprünglichen Fragestellung der Approximation des Lyapunov-Spektrums stammende – Akzessibilitätsbedingung erzielt.

(j) *Visualisierung der numerischen Ergebnisse*

In Zusammenarbeit mit M. Ohlberger und M. Metscher vom SFB 256 “Nichtlineare partielle Differentialgleichungen” in Bonn wurden vom Stipendiaten L. Grüne in [36] Routinen entwickelt, um die numerischen Ergebnisse der Berechnung des Lyapunov-Spektrums und die Trajektorien

numerisch stabilisierter Kontrollsysteme mit Hilfe der Visualisierungssoftware GRAPE grafisch darzustellen. Vergleiche hierzu den Arbeitsbericht von L. Grüne im Teil C auf Seite 147.

(k) *Kontrolle unter Störungen*

In Zusammenarbeit mit R. Johnson, Florenz, haben wir in [16] lineare Kontrollsysteme mit zeitabhängigen Störungen studiert. Hier treten also Kontrolle und Störungen gleichzeitig auf. Methoden aus der Ergodentheorie in Kombination mit kontrolltheoretischen Methoden erlauben die Analyse von Kontrollierbarkeit in die Ruhelage. Anders als im klassischen zeitinvarianten Fall kann dies hier auch bei Instabilität der unkontrollierten Gleichung, also bei positivem Lyapunov-Exponenten, erreicht werden.

(l) *Beziehungen zur Theorie von Lie-Halbgruppen*

Zusammen mit W. Kliemann und L. A. B. San Martin haben wir diskutiert, wieweit sich Resultate und Konzepte der dynamischen Theorie von Kontrolle auf allgemeinere Lie-Halbgruppen verallgemeinern lassen. Diese Verbindungen und eine Reihe offener Probleme sind in [26] skizziert.

Stellung im Graduiertenkolleg

Die inhaltlichen Beziehungen der Arbeiten der Kollegen Aulbach und Colonius (und deren Mitarbeiter) im Berichtszeitraum haben sich als so eng erwiesen, daß dies zur Einrichtung einer gemeinsamen Arbeitsgruppe geführt hat. So wurden zum Beispiel bei der Konstruktion von bifurkierenden Kontrollmengen im Promotionsprojekt des Kollegiaten Grünvogel, der von Colonius betreut wird, an entscheidender Stelle Ergebnisse von Aulbach und Wanner über invariante Mannigfaltigkeiten nichtautonomer Differentialgleichungen (mit unstetiger Zeitabhängigkeit) benötigt, die für diesen Zweck geradezu maßgeschneidert und anderweitig nicht verfügbar sind.

Die Expertise der Arbeitsgruppe 3 (Hoppe) im Bereich der Numerik partieller Differentialgleichungen, insbesondere in Bezug auf lokale Fehlerschätzer zur adaptiven Gitterkonstruktion, war für unsere Arbeit besonders nützlich. Die Entwicklung eines effektiven Verfahrens zur Lösung von Hamilton-Jacobi-Bellman-Gleichungen wurde erst durch diese Kooperation ermöglicht.

Mit der Arbeitsgruppe 4 (Hänggi/Linz) verbindet uns das Interesse an dynamischen Systemen und stochastischen Differentialgleichungen, das zur gemeinsamen Organisation eines Workshops "Nonlinear Problems in Noisy Systems" (29. 9.–2. 10. 1997) führte. Dabei wurden auch gemeinsame Interessen an Phänomenen der Multistabilität neben darüber hinausgehenden Fragestellungen wie stochastischer Resonanz deutlich. Diese Themen (und weitere zur Dynamik von Differential- und Differenzgleichungen) sollen in der weiteren Arbeit des Graduiertenkollegs vertieft werden, auch im Rahmen gemeinsam betreuter Dissertationen.

Mit der Arbeitsgruppe 5 (Eschenburg/Heber/Heintze) schließlich verbindet uns das gemeinsame Interesse an Symmetriefragen, Lie-Halbgruppen und Grassmann-Mannigfaltigkeiten. Der diesbezüglich aufgenommene Dialog soll fortgeführt und intensiviert werden.

Publikationen, die im Berichtszeitraum entstanden sind und in Zusammenhang mit dem Graduiertenkolleg stehen

- [1] B. Aulbach, *Integral manifolds and topological equivalence*, Diff. Eqns. Dyn. Syst. 4 (1996), 275–284
- [2] B. Aulbach, *The fundamental existence theorem on invariant fiber bundles*, J. Difference Eqns. Appl. 3 (1998), 501–537
- [3] B. Aulbach, *The role of invariance in the theory of nonautonomous difference equations*, to appear in "Proc. Third Intl. Conf. Difference Eqns. Appl., Taipei 1997"
- [4] B. Aulbach and Nguyen Van Minh, *The concept of spectral dichotomy for linear difference equations II*. J. Difference Eqns. Appl. 2 (1996), 251–262

- [5] B. Aulbach and Nguyen Van Minh, *Nonlinear semigroups and the existence and stability of solutions of semilinear nonautonomous evolution equations*. Abstr. Appl. Anal. 1 (1996), 397–426
- [6] B. Aulbach and Nguyen Van Minh, *Semigroups and differential equations with almost periodic coefficients*. Nonl. Anal. TMA 32 (1998), 287–297
- [7] B. Aulbach and Nguyen Van Minh, *Almost periodic mild solutions of a class of partial functional differential equations*, to appear in "Abstr. Appl. Anal."
- [8] B. Aulbach and Nguyen Van Minh, *Structural stability of linear difference equations in Hilbert space*, to appear in "Comp. Math. Appl."
- [9] B. Aulbach and T. Wanner, *Integral manifolds for Carathéodory type differential equations in Banach spaces*, in "Six Lectures on Dynamical Systems" (eds. B. Aulbach and F. Colonius), 45–119, World Scientific 1996
- [10] B. Aulbach and T. Wanner, *Invariant foliations for Carathéodory type differential equations in Banach spaces*, to appear in "Stability and Control, TMA"
- [11] B. Aulbach and T. Wanner, *The Hartman-Grobman Theorem for Carathéodory type differential equations in Banach spaces*, Preprint
- [12] B. Aulbach and J. Kalkbrenner, *Exponential dichotomies for noninvertible linear difference equations*, Preprint
- [13] B. Aulbach and F. Colonius (eds.), *Six Lectures on Dynamical Systems*, World Scientific, Singapore 1996
- [14] B. Aulbach, S. Siegmund and T. Wanner, *Invariant Fiber Bundles for Dynamical Processes*, monograph in preparation
- [15] F. Colonius, F. J. de la Rubia, and W. Kliemann, *Stochastic models with multistability and extinction levels*, SIAM J. Appl. Math., 56 (1996), 919–945
- [16] F. Colonius and R. Johnson, *Local and global null controllability of time varying linear control systems*, ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations, 2 (1997), 329–341
- [17] F. Colonius and W. Kliemann, *Control theory and dynamical systems*, in Six Lectures on Dynamical Systems, B. Aulbach and F. Colonius, eds., World Scientific, 1996, 121–161
- [18] F. Colonius and W. Kliemann, *The Lyapunov spectrum of families of time varying matrices*, Trans. Amer. Math. Soc., 348 (1996), 4389–4408
- [19] F. Colonius and W. Kliemann, *The Morse spectrum of linear flows on vector bundles*, Trans. Amer. Math. Soc., 348 (1996), 4355–4388
- [20] F. Colonius and W. Kliemann, *Exponential growth behavior of bilinear control system*, in Proc. 36th IEEE Conference on Decision and Control, San Diego, Cal., 1997, 4425–4430
- [21] F. Colonius and W. Kliemann, *Nonlinear systems with multiplicative and additive perturbation under state space constraints*, Active/Passive Vibration Control and Nonlinear Dynamics of Structures, W. W. Clark et al., eds., Amer. Soc. Mech. Eng. ASME-DE, 84-1 (1997), 365–373
- [22] F. Colonius and W. Kliemann, *On the global controllability structure of nonlinear systems*, in Proceedings of the European Control Conference, Brussels (July 1 - 4 1997)., 1997
- [23] F. Colonius and W. Kliemann, *Robustness of time-varying system*, in Proc. Of the ASME Design Engineering Technical Conference, Sacramento, Cal. Sept. 14-17 1997, 1997, DETC97 Paper no. 4015

- [24] F. Colonijs and W. Kliemann, *Continuous, smooth, and control techniques for perturbed systems*, in Stochastic Dynamics, H. Crauel and M. Gundlach, eds., Springer-Verlag, 1998, to appear
- [25] F. Colonijs and W. Kliemann, *The Dynamics of Control*, Birkhäuser, 1998, to appear
- [26] F. Colonijs, W. Kliemann, and L. SanMartin, *Asymptotic problems – from control systems to semigroups*, in Positivity in Lie Theory: Open Problems, J. Hilgert, J. Lawson, K. Neeb, and E.B. Vinberg, eds., De Gruyter, 1998, 21–43
- [27] L. Grüne, *Discrete feedback stabilization of semilinear control systems*, ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations, 1 (1996), 207–224
- [28] L. Grüne, *Numerical stabilization of bilinear control systems*, SIAM J. Control Optim., 34 (1996), 2024–2050
- [29] L. Grüne, *An adaptive grid scheme for the discrete Hamilton-Jacobi-Bellman equation*, Numerische Mathematik, 75 (1997), 319–373
- [30] L. Grüne, *Discrete feedback stabilization of nonlinear control system at a singular point*, in Proc. European Control Conference 97, Brussels, 1997, Paper no. 806
- [31] L. Grüne, *A spectral condition for asymptotic controllability and stabilization at singular points*, in Proc. 36th IEEE Conference on Decision and Control, San Diego, Cal., 1997, 4431–4435
- [32] L. Grüne, *A uniform exponential spectrum for linear flows on vector bundles*, Preprint 17/97, DFG Schwerpunkt DANSE, 1997, submitted
- [33] L. Grüne, *Asymptotic controllability and exponential stabilization of nonlinear control systems at a singular point*, SIAM J. Control Optim., 36 (1998), 1585–1603
- [34] L. Grüne, *Input-to-state stability of exponentially stabilized semilinear control systems with inhomogeneous perturbations*, Tech. Report No. 98/23, Dipartimento di Matematica "Guido Castelnuovo", Università di Roma „La Sapienza“, 1998, submitted
- [35] L. Grüne, *On the relation between discounted and average time optimal control problems*, J. Diff. Equations, 75 (1998), to appear
- [36] L. Grüne, M. Metscher, and M. Ohlberger, *Interactive visualisation of numerical solutions for optimal control problems*, tech. report, 1997, Preprint 22/97, DFG Schwerpunkt "Ergodentheorie, Analysis, und effiziente Simulation dynamischer Systeme", submitted
- [37] L. Grüne and F. Wirth, *Feedback stabilization of discrete-time homogeneous semi-linear systems*, tech. report, 1998. Report No. 376, Institut für Mathematik, Universität Augsburg, Submitted
- [38] L. Grüne and F. Wirth, *On linear convergence of discounted optimal control problems with vanishing discount rate*, 1998, to appear in the Proceedings of the Conference Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS 98), Padua
- [39] L. Grüne and F. Wirth, *Stabilization of discrete time systems*, 1998, to appear in Proceedings GAMM Jahrestagung Regensburg 1997
- [40] S. Grünvogel, *Bilinear control systems with symmetry*, in Proc. GAMM Jahrestagung 1997 Regensburg, 1998, to appear
- [41] S. Grünvogel, *The Lyapunov spectrum of blockdiagonal semilinear control systems*, J. Dynamical and Control Systems, 4 (1998), 191 – 216

Diplomarbeiten und Dissertationen, die im Berichtszeitraum abgeschlossen wurden und in Zusammenhang mit dem Graduiertenkolleg stehen

Diplomarbeiten:

- S. Siegmund, *Differenzierbarkeit von Integralmannigfaltigkeiten*. September 1996
- A. Stempfle, *Integralmannigfaltigkeiten singular gestörter gewöhnlicher Differentialgleichungssysteme*. Februar 1997
- G. Wiedemann, *Grundlegende Sätze der Verzweigungstheorie*. Mai 1997
- M. G. Kohwagner, *Zeitabhängige Störungen autonomer Systeme*. Juli 1997
- J. Bauer, *Zur Theorie von Zentrumsmannigfaltigkeiten*. Dezember 1997
- E. Ambert, *Die Lénard-Gleichung und ihr Beitrag zur Analyse wirtschaftlicher Konjunkturmodelle*. April 1998
- B. Kieninger, *Analyse dreier Chaosdefinitionen für stetige Abbildungen auf metrischen Räumen*. August 1998
- C. Pötzsche, *Nichtautonome Differenzgleichungen mit stationären und invarianten Mannigfaltigkeiten*. September 1998
- Ingrid Greger: *Berechnung von Erreichbarkeitsmengen durch zeitoptimale Steuerung*. August 1997
- Stefan Grünvogel: *Symmetrien bei bilinearen Kontrollsystemen*. November 1997
- Dietmar Szolnoki, *Berechnung von Viabilitätskernen*. November 1997

Dissertation:

- Lars Grüne, *Numerische Berechnung des Lyapunov Spektrums bilinearer Kontrollsysteme*. Dezember 1996

ARBEITSGRUPPE 3: NUMERISCHE LÖSUNG GEKOPPELTER SYSTEME NICHTLINEARER PARTIELLER DIFFERENTIAL- GLEICHUNGEN

Prof. Dr. Ronald H. W. Hoppe

Dr. Ralf Hiptmair, Kollegiat seit 1. 3. 1997

Dr. Barbara Wohlmuth, Kollegiatin seit 1. 3. 1997

Dipl.-Math. Eva Nash, Stipendiatin seit 1. 10. 1996

Forschungsthemen

Entsprechend den Ausführungen im Erstantrag zur Einrichtung des Graduiertenkollegs von 1996 konzentrierten sich die durchgeführten Forschungsarbeiten auf die Entwicklung, Analyse und Implementation adaptiver Finite-Elemente-Methoden unter Einbeziehung insbesondere von Techniken der Gebietszerlegung und deren Anwendung in der Simulation technologischer Prozesse.

Ergebnisse

Im einzelnen wurden die folgenden Ergebnisse erzielt:

(a) *Adaptive Gebietszerlegungsverfahren auf nichtkonformen Gittern*

Im Berichtszeitraum wurden auf der Basis makro-hybrider variationeller Formulierungen bezüglich nichtüberlappender Zerlegungen des Rechengebietes iterative Löser für Mortar Finite Elemente Diskretisierungen in Gestalt blockdiagonal vorkonditionierter Iterationsverfahren entwickelt, analysiert und implementiert. Zur adaptiven Gitteranpassung wurden sowohl residualbasierte a posteriori Fehlerschätzer als auch Fehlerschätzer vom hierarchischen Typ realisiert (vgl. [8], [9], [10], [15], [18], [19], [20], [21]).

Das Forschungsthema wurde im Zeitraum vom 1.7.1995 bis 31.8.1997 von der Volkswagen-Stiftung gefördert und erfolgte in Kooperation mit Prof. Dr. Yuri Kuznetsov (University of Houston, Texas), Dr. Serguei Finogonov, Dr. Yuri Vassilevski (Russische Akademie der Wissenschaften, Moskau) und Dr. Yuri Iliash (z.Zt. Universität Augsburg).

(b) *Numerische Simulation von Beschichtungsprozessen*

Im Bereich der Molekularen Dynamik wurde an der Modellierung geeigneter Wechselwirkungspotentiale für die IBAD-Beschichtung durch Bornitrid und Fullerene gearbeitet. Auf dieser Grundlage wurden Verlet-artige Algorithmen zur Simulation des Schichtwachstums entwickelt und implementiert.

Auf dem Gebiet der makroskopischen Beschreibung der Strukturbildung wurde von der Stipendiatin Eva Nash ein numerisches Verfahren realisiert, das die Lösung nichtlinearer Depositionsgleichungen im deterministischen Fall ermöglicht.

(c) *Modellierung und Simulation elektrorheologischer Fluide*

Vom Kollegiaten Dr. Ralf Hiptmair wurde das existente viskoplastische Bingham Fluid Modell auf den anisotropen Fall erweitert. Zur numerischen Lösung des erweiterten Modells wurden sowohl ein Newton-Mehrgitterverfahren auf der Grundlage einer Regularisierung des nichtglatten Anteils des Energiefunktional als auch "augmented-Lagrangian" Techniken in Kombination mit Operator-Splitting Methoden entwickelt und implementiert.

(d) *Modellierung und Simulation mikroelektronischer Bauteile und Systeme*

Im Berichtszeitraum wurden adaptive Finite Elemente Verfahren zur numerischen Lösung elektrotermomechanischer Kopplungsprobleme und Fluid-Struktur Wechselwirkungen entwickelt und implementiert. Auf dieser Grundlage wurde die Simulation des transienten Verhaltens von bimorphen Mikrokippspiegeln und von Mikromembranpumpen durchgeführt (vgl. [2], [7], [14]).

Das Forschungsthema war bis zum 31.8.1998 Teilprojekt im „Bayerischen Forschungsverbund für Technisch-Wissenschaftliches Hochleistungsrechnen (FORTWIHR)“ und erfolgte in Kooperation mit dem Lehrstuhl für Technische Elektrophysik an der TU München (Prof. Dr. G. Wachutka) und der Fa. Siemens AG (Prof. Dres. A. Gilg, E. Wolfgang, Abt. ZT, München).

(e) *Elektrothermomechanische Kopplungen in der Hochleistungselektronik*

Es wurde ein blockstrukturiertes Gauss-Seidel artiges Iterationsschema (äußere Iteration) entwickelt bei Diskretisierung des Drift-Diffusionsmodells mit dem Scharfetter-Gummel Verfahren und Diskretisierung der Wärmeleitungsgleichung und der strukturmechanischen Gleichungen unter Verwendung von Finite Elemente Techniken. Die Implementation erfolgte in einer Programmierumgebung, die den zukünftigen Einsatz von der jeweiligen Problematik angepassten Gebietszerlegungsverfahren ermöglicht.

(f) *Minimierung parasitärer Effekte in Konvertermoduln*

Von dem Kollegiaten Dr. Ralf Hiptmair wurde ein Mehrgitteralgorithmus mit hybrider Glättung zur Lösung der Maxwell'schen Gleichungen auf der Grundlage einer Diskretisierung durch curl-konforme Kantenelemente entwickelt, hinsichtlich seiner Konvergenzeigenschaften analysiert und

implementiert. Er wird im Zusammenhang mit der Minimierung der Gesamtinduktivität in Konvertermoduln zur numerischen Lösung der Innenraumaufgabe bei der Leiterbahnverschiebung eingesetzt (vgl. [13], [14], [16], [17]).

Desweiteren wurden residualbasierte und hierarchische Fehlerschätzer für diesen Zugang konzipiert und realisiert (siehe [13]).

(g) *Modellierung und Simulation von Spritzgiessen und Spritzprägen*

Zur numerischen Lösung der Temperaturgleichung wurde ein Lagrange-Galerkin Ansatz in Gestalt eines modifizierten Charakteristikenverfahrens in Verbindung mit einer Finite Elemente bzw. Finite Volumen Diskretisierung in den Raumvariablen verfolgt und Simulationen für reale Herstellungsprozesse durchgeführt. Desweiteren erfolgte ein systematischer Vergleich des Verfahrens mit der von dem schwedischen Kooperationspartner entwickelten Methode der geometrischen Programmierung.

(h) *Simulation der Schadstoffausbreitung in kontaminierten Grundwasserreservoirs auf der Grundlage geophysikalischer Messungen*

Es wurden adaptive Multilevelverfahren basierend auf gemischten bzw. gemischt-hybriden Finite Elemente Diskretisierungen entwickelt und zur Simulation von Grundwasserströmungen eingesetzt. Dabei beruhen die verwendeten Multileveltechniken auf geeigneten Zerlegungen der gemischten Ansatzräume bzw. im gemischt-hybriden Fall auf der Äquivalenz mit nichtstandard nichtkonformen Diskretisierungen. Hinsichtlich adaptiver Gitteranpassungen wurden residualbasierte und hierarchische a posteriori Fehlerschätzer realisiert sowie im gemischt-hybriden Fall solche, die auf Superkonvergenz basieren (vgl. [1], [4], [5], [6], [9]).

Stellung im Graduiertenkolleg

Im Berichtszeitraum ergaben sich Kooperationen mit der Arbeitsgruppe 1 (Kielhöfer/Maier-Paape) und der Arbeitsgruppe 4 (Hänggi/Linz).

Das gemeinsame Interesse mit den Arbeitsgruppen 1 und 4 besteht auf dem Gebiet der nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen vom Cahn-Hilliard Typ und damit verwandter nichtlinearer Phasenfeldgleichungen. Letztere werden sowohl in ihrer deterministischen als auch, und vor allem, in ihrer stochastischen Variante zur Beschreibung der Schichtbildung bei komplexen Beschichtungsprozessen herangezogen, eine Problemstellung, die von dem Kollegiaten M. Raible (Arbeitsgruppe 4) intensiv untersucht wird.

Insbesondere bestand eine enge Zusammenarbeit zwischen der Stipendiatin Eva Nash (Arbeitsgruppe 3) und dem Kollegiaten Dr. Th. Wanner sowie Priv.-Doz. Dr. S. Maier-Paape (beide Arbeitsgruppe 1). Dabei wird der von Frau Nash entwickelte Newton-Mehrgitter-Algorithmus zur numerischen Lösung der Cahn-Hilliard Gleichung zur Verifikation analytisch vorhergesagter nichtlinearer Effekte bei der spinodalen Entmischung eingesetzt.

Publikationen, die im Berichtszeitraum entstanden sind und in Zusammenhang mit dem Graduiertenkolleg stehen

- [1] Hoppe, R.H.W. and Wohlmuth, B.; Element-oriented and edge-oriented local error estimators for nonconforming finite element methods. *M²AN, Modélisation Math. Anal. Numér.* **30**, 237-263 (1996)
- [2] Hoppe, R.H.W., Sieber, E.-R., Wachutka, G., and Wiest, U.; Mathematical modelling and numerical simulation of a free boundary problem for an electromechanical micropump. *An St. Univ. Ovidius Constanta*, **5**, 65-78, 1996
- [3] Hoppe, R.H.W., Rüde, U., Schmid, W., Wagner, F., and Finnemann, H.; Effiziente dreidimensionale numerische Simulation eines Reaktorkerns. In: *Proc. Conf. BMBF Status Seminar, (K.-H. Hoffmann et al.; eds.)*, pp. 117-126, Springer, Berlin-Heidelberg-New York, 1997

- [4] Hoppe,R.H.W. and Wohlmuth,B.; Adaptive multilevel techniques for mixed finite element discretizations of elliptic boundary value problems. *SIAM J. Numer. Anal.* **34**, 1658-1681 (1997)
- [5] Hoppe,R.H.W. and Wohlmuth,B.; Multilevel iterative solution and adaptive mesh refinement for mixed finite element discretizations. *Appl. Numer. Math.* **23**, 97-117 (1997)
- [6] Hoppe,R.H.W. and Wohlmuth,B.; Hierarchical basis error estimators for Raviart-Thomas discretizations of arbitrary order. In: *Finite Element Methods: Superconvergence, Post-Processing, and A Posteriori Error Estimates* (M.Krizek, P.Neittaanmäki, and R.Stenberg; eds.), pp. 155-167, Marcel Dekker, New York, 1998
- [7] Schrag,G., Voigt,P., Sieber,E.R., Wiest,U., Hoppe,R.H.W., and Wachutka,G.; Device- and system-level models for micropump simulation. In: *Proc. Micro Materials Conference, Berlin, 1997*
- [8] Engelmann,B., Hoppe,R.H.W., Iliash,Y., Kuznetsov,Y., Vassilevski, Y., and Wohlmuth,B.; Adaptive finite element methods for domain decomposition on nonmatching grids. to appear in: "Parallel Solution of PDEs", IMA Volume in Mathematics and its Applications, Springer, Berlin-Heidelberg-New York, 1998
- [9] Hoppe,R.H.W. and Wohlmuth,B.; Adaptive mixed hybrid and macro-hybrid finite element methods. to appear in *Proc. Conf. ALGORITMY '97*, Zuberec, West Tatra Mountains, September 1-5, 1997 (Kacur,J. and Mikula,K.; eds.), 1998
- [10] Engelmann,B., Hoppe,R.H.W., Iliash,Y., Kuznetsov,Y., Vassilevski, Y., and Wohlmuth,B.; Adaptive macro-hybrid finite element methods. to appear in *Proc. 2nd European Conference on Numerical Methods (ENUMATH)*, Heidelberg, Sept. 29 - Oct. 3, 1997 (Rannacher,R. et al.; eds.), 1998
- [11] Hiptmair,R. and Hoppe,R.H.W.; Multilevel methods for mixed finite element schemes in three dimensions. to appear in *Numer. Math.*
- [12] Hoppe,R.H.W. and Wohlmuth,B.; A comparison of a posteriori error estimators for mixed finite element discretizations. to appear in *Math. Comp.*
- [13] Beck,R., Deuffhard,P., Hiptmair,R., Hoppe,R.H.W, and Wohlmuth,B.; Adaptive multilevel methods for edge element discretizations of Maxwell's equations. to appear in *Surveys of Math. in Industry*, 1998
- [14] Dürndorfer, St., Gradinaru, V., Hoppe, R.H.W., König, E.-R., Schrag, G., and Wachutka, G.; Numerical simulation of microstructured semiconductor devices, transducers, and systems. to appear in *Proc. "Int. FORTWIHR-Symposium"*, Munich, March 1998 (Durst, F. and Zenger, Chr.; eds.), Springer, Berlin-Heidelberg-New York, 1998
- [15] Hoppe, R.H.W., Iliash, Y., Kuznetsov, Y., Vassilevski, Y., and Wohlmuth, B.; Analysis and parallel implementation of adaptive mortar finite element methods. to appear in *East-West J. of Numer. Math.*, 1998
- [16] Hiptmair, R.; Canonical construction of finite elements. to appear in *Math. Comput.*
- [17] Hiptmair, R.; Multigrid methods for Maxwell's equations. to appear in *SIAM J. Numer. Anal.*
- [18] Wohlmuth, B.; A residual based error estimator for mortar finite element discretizations. submitted to *Numer. Math.*
- [19] Wohlmuth, B.; Hierarchical a posteriori error estimators for mortar finite element methods with Lagrange multipliers. submitted to *SIAM J. Numer. Anal.*

- [20] Wohlmuth, B.; Mortar finite element methods for discontinuous coefficients. to appear in ZAMM, 1998
- [21] Wieners, Chr. and Wohlmuth, B.; The coupling of mixed and conforming finite element discretizations. to appear in: Proc. 10th Int. Conference on Domain Decomposition Methods for PDEs (Mandel, J. Farhat, C., and Cai, X.-C.; eds.), 546-553, AMS, Contemporary Math. Series, 1998

Diplomarbeiten und Dissertationen, die im Berichtszeitraum abgeschlossen wurden und in Zusammenhang mit dem Graduiertenkolleg stehen

Diplomarbeiten:

- Gerald Beck, *Ein Phasenfeldmodell mit Konvektion*. Juni 1996
- Bernd Engelmann, *A Posteriori Error Estimators for Mortar Finite Element Methods in Domain Decomposition Techniques on Nonconforming Grids*. Juli 1997
- Friedemann Kühn, *Volladaptive Finite-Elemente-Verfahren in der Simulation instationärer elektrothermischer Effekte in mikromechanischen Bauteilen*. September 1997
- Konstanze Wulf, *Automatic Mesh Generation: Presentation and Comparison of Different Approaches*. Juli 1998

Dissertationen:

- Ralf Hiptmair, *Multilevel Preconditioning for Mixed Problems in Three Dimensions*. Wissner-Verlag, Augsburg 1996
- Werner Schmid, *Adaptive gemischte und nichtkonforme Finite-Elemente-Methoden und Anwendungen auf die Mehrgruppen-Diffusionsgleichungen*. Wissner-Verlag, Augsburg 1996
- Frank Wagner, *Zeitdiskretisierung der Mehrgruppen-Neutronen-Diffusionsgleichungen für die objektorientierte, numerische Simulation*. Wissner-Verlag, Augsburg 1996
- Harald Bader, *Automatic Step-Length Adaptation for the Numerical Solution of Nonlinear Mechanical Problems Discretized by Finite Elements*. Wissner-Verlag, Augsburg 1997

ARBEITSGRUPPE 4: NICHTLINEARE PHYSIK KOMPLEXER SYSTEME

Prof. Dr. Peter Hänggi

Priv.-Doz. Dr. Stefan J. Linz, Mitglied seit 1. 7. 1997

Dr. Peter Reimann, Kollegiat seit 1. 10. 1996

Dr. Thomas Wilhelm, Stipendiat seit 1. 10. 1997

Dipl.-Phys. Lars Callenbach, Stipendiat seit 1. 6. 1998

Dipl.-Phys. Ralf Eichhorn, Stipendiat seit 1. 4. 1997

Dipl.-Phys. Wolfgang Hager, Stipendiat vom 1. 12. 1996 bis 30. 6. 1997

Dipl.-Phys. Sigmund Kohler, Kollegiat seit 1. 10. 1996

Dipl.-Phys. Martin Raible, Kollegiat seit 1. 4. 1998

Dipl.-Phys. Bernd Reinhard, Kollegiat seit 1. 8. 1997

Dipl.-Phys. Michael Thorwart, Stipendiat vom 1. 10. 1996 bis 31. 3. 1997, seit 1. 4. 1997 Kollegiat

Forschungsthemen

Im Erstantrag von 1996 wurden von der Arbeitsgruppe 4 als allgemeine Forschungsschwerpunkte innerhalb des Graduiertenkollegs (1) die *Dynamik granularer Medien*, (2) die *Dynamik von Teilchen in Fallen*, und (3) die *stochastische Dynamik in multistabilen Systemen* aufgeführt und innerhalb der Berichtsperiode bearbeitet. Aufgrund aktueller Entwicklungen sind zusätzlich die Untersuchungen von *'Jerk'-Dynamiken*, *Oberflächenwachstumsprozessen*, und *zeitabhängigen Quantensystemen* hinzugekommen.

Ergebnisse

Im Detail sieht unsere Bilanz wie folgt aus:

(a) *Dynamik granularer Medien*

Diese Thematik wurde vom Stipendiaten W. Hager angegangen (siehe seinen Arbeitsbericht im Teil C). Erster Ansatzpunkt für ein besseres Verständnis der Lawindynamik granularer Systeme war die Inkorporation stochastischer Zufallskräfte, die die intrinsisch generierten Geschwindigkeitsfluktuationen bei Strömung beschreiben, in das deterministische Minimalmodell für Oberflächenströmung [1,2]. Als erstes wichtiges Resultat [3] wurde dabei gezeigt, daß das experimentell gefundene Leistungsspektrum von Lawinen, die einen Sandhaufen hinunterfließen, mit dem stochastisch erweiterten Modell im Detail reproduziert und erklärt werden kann. Ein zweites, noch unpubliziertes Resultat ist die auf dem Modell basierende, erste theoretische Erklärung eines experimentell wohlbekannten Befundes, nämlich des hysteretischen Übergangs von Lawinen zu stationären Strömung bei externer Rotation des granularen Haufens. Wegen der Annahme einer Stelle in der freien Wirtschaft schied Herr Hager nach sechs Monaten aus dem Graduiertenkolleg aus. Bisher wurde noch kein adäquater Stipendiat oder Kollegiat gefunden, der diese Thematik fortsetzt.

(b) *Nichtlineare Dynamik von Modellsystemen*

(b1) *'Jerk'-Dynamiken*

Aufbauend auf den Arbeiten [4, 5, 6] untersucht der Stipendiat R. Eichhorn dieses Thema (siehe seinen Arbeitsbericht im Teil C). Wesentliche Resultate der bisherigen Arbeit [7, 8] sind (1) die Identifizierung von drei allgemeinen Klassen dreidimensionaler dynamischer Systeme, die mittels i.a. nichtlinearen Transformationen auf 'Jerk'-Dynamiken abgebildet werden können, (1) darauf aufbauend die Identifizierung von minimal chaotischen 'Jerk'-Dynamiken, die eine polynomiale Nichtlinearität besitzen (JD1: $\ddot{x} = k_1 \ddot{x} + k_2 \dot{x} + x \dot{x} + k_3$, und JD2: $\ddot{x} = k_1 \ddot{x} + k_2 \dot{x} + x^2 + k_3$, wobei k_i ($i = 1, 2, 3$) reelle Parameter sind), sowie (3) der Ausschluß von chaotischem und quasiperiodischem Verhalten in einigen Klassen von 'Jerk'-Dynamiken. Für Einzelheiten sei auf den Arbeitsbericht von Herrn Eichhorn im Teil C verwiesen.

(b2) *Teilchen in Kingdon-Fallen*

Seit August 1997 bearbeitet der Kollegiat B. Reinhard dieses Thema (siehe seinen Arbeitsbericht im Teil C). Aufbauend auf früheren Untersuchungen zur störungstheoretischen Behandlung der Kingdon-Gleichung [9], gelang es Herrn Reinhard durch subtile Kombination analytischer und computeralgebraischer Rechnungen, für eine allgemeine Klasse von nichtlinearen Hill-Gleichungen, die auch die Kingdon-Gleichung als Spezialfall enthält, die Grunddynamik zu analysieren. Diese Untersuchungen [10] enthalten drei entscheidende Erweiterungen der Arbeit [9]: (1) die Verallgemeinerung auf beliebige periodische Antriebe, (2) die Verallgemeinerung auf beliebige algebraische Nichtlinearitäten, und (3) Einbau einer Stabilitätsanalyse in den Formalismus.

(c) *Oberflächenwachstumsprozesse,
speziell: Stochastische Feldgleichungen zur Beschreibung solcher Prozesse*

Diese Themenstellung wird vom Kollegiaten M. Raible bearbeitet (siehe seinen Arbeitsbericht im Teil C). Das erste Ergebnis seiner Arbeit ist die Begründung einer minimalen stochastischen Feldgleichung für Oberflächenwachstum basierend auf physikalischen Anforderungen, wie z.B. Symmetrien und fehlendem mittleren Drift, sowie ihrer physikalisch relevanten Lösungsstruktur im deterministischen Grenzfall. Daneben hat Herr Raible sich eingehend mit der Entwicklung verschiedener Varianten von numerischen Simulationen stochastischer Feldgleichungen beschäftigt. Insbesondere hat er inzwischen einen numerischen Code zur Integration der deterministischen *und* stochastischen Depositionsgleichung entwickelt, der eine Vorwärts-Rückwärts-Differenzen-Methode auf einem quadratischen Raumgitter mit einem Euler- bzw. Heun-Algorithmus für die Zeitintegration kombiniert. Dies ist Ausgangspunkt konkreter numerischer Analysen zu Wachstumsprozessen und systematischem Vergleich mit Experimenten am Lehrstuhl für Experimentalphysik I (Samwer/Moske) der Universität Augsburg.

(d) *Stochastische Dynamik von multistabilen Systemen,
speziell: Resonanz-Aktivierung, stochastische Resonanz und Brownsche Motoren*

In Zusammenarbeit mit dem Kollegiaten Dr. P. Reimann (siehe seinen Arbeitsbericht im Teil C) wurde eine Übersichtsarbeit [11] zur aktuellen Thematik der „Resonanzaktivierung“ in fluktuierenden metastabilen Potentialgebirgen erstellt. Desweiteren haben wir die Theorie der Resonanzaktivierung mittels ausgefeilter singulärer Störungstheorien innerhalb einer Pfadintegral-Methode für Nichtgleichgewichtsfuktuationen weiterentwickelt, und mit äußerst präzisen numerischen Resultaten verglichen [12].

Die Untersuchung zur Verstärkung schwacher, verrauschter Informationssignale mittels des Prinzips der „Stochastischen Resonanz“ wurde in Zusammenarbeit mit Gästen erstmalig auf den Fall reiner Quantenfluktuationen erweitert [13, 14, 15]. In diesem Zusammenhang wurde festgestellt, daß Anteile von kohärenter metastabiler Tunneldynamik die „Stochastische Resonanz“ hemmt – bis hin zu ihrer vollständigen Unterdrückung. Die anomale Verstärkung von Signaleigenschaften mit *zunehmender* Rauschintensität – das charakteristische Kennzeichen der „Stochastischen Resonanz“ – hat mittlerweile universelle Anwendungen in den biologischen, chemischen, physikalischen und kommunikationsorientierten Wissenschaften gefunden. Ein umfassender Übersichtsartikel wurde kürzlich vom Mittragsteller Hänggi in Zusammenarbeit mit ausländischen Kollegen in den „Reviews of Modern Physics“ veröffentlicht [16].

Die Thematik der Konvertierung nicht-thermischer Fluktuationen mit Mittelwert Null in mechanische Arbeit in multistabilen, *periodischen* Strukturen mit gebrochener Reflektionssymmetrie (sogenannte Sägezahn-, bzw. „Ratschen“-Potentiale) – kurz, das Konzept von *Brownschen Motoren* – wurde zusammen mit Kollegiaten des Graduiertenkollegs detailliert studiert. Als wesentliche Beiträge konnten seit der Bewilligung 1996 die Rolle von korrelierten Rauschkraften [17], das Prinzip der Korrelationszeit-induzierten Stromumkehr [17, 18, 19], der Einfluß determi-

nistisch chaotischer Bewegung in unterdämpften Brownschen Motoren [20], sowie das Konzept eines quantenmechanischen Brownschen Motors [21] studiert, entwickelt und publiziert werden.

(e) *Zeitabhängige Quantensysteme,*

speziell: Quantenhysterese, Chaos-unterstütztes Tunneln

Im Rahmen seiner Doktorarbeit hat Herr M. Thorwart (zunächst Stipendiat, später Kollegiat) die Fragestellung der Quanten-Hysterese in einem adiabatisch modulierten Doppelpotential mittels komplexer (dissipativer) numerischer Realzeit-Quantenpfadintegral-Auswertungen studiert [22, 23] (siehe seinen Arbeitsbericht im Teil C). Als Ergebnis wurde gefunden, daß der stufenartige Hysterese-Charakter mittels der modulierten Tunneldynamik gezielt kontrolliert werden kann. Die gefundenen Ergebnisse erklären auch neuere Meßresultate der magnetischen Quantenhysterese an Proben von Mangan-Acetatkristallen. Diese Materialklasse wird im Rahmen von Speicherung von Quanteninformation, und damit verbunden, einem "quantum computing" diskutiert, womit die Resultate eine besondere Aktualität erhalten (siehe den Bericht im Teil C).

Die Rolle von Chaos und Quantendynamik wird vom Kollegiaten S. Kohler im Rahmen einer von der DFG unterstützten Sachbeihilfe studiert (siehe seinen Arbeitsbericht im Teil C). Die Entwicklung einer Beschreibung der dissipativen Quantendynamik, die extern periodisch gestützt wird, wurde für die Klasse dissipativer, parametrisch angetriebener Quantenoszillatoren im Rahmen einer Floquet-Methode entwickelt [24].

Die unitäre (d.h. reibungsfreie) sowie auch die dissipative, angetriebene Tunneldynamik im Parameterbereich von klassisch Hamilton'schem Chaos ist nun Gegenstand unserer aktuellen Forschungstätigkeit. Erste Ergebnisse wurden kürzlich zur Publikation eingereicht [25].

Stellung im Graduiertenkolleg

Die schon im Erstantrag auf Einrichtung dieses Graduiertenkollegs ausgeführten engen Verbindungen zu den Arbeitsgruppen 1 (Kielhöfer/Maier-Paape), 2 (Aulbach/Colonius), und 3 (Hoppe) haben sich in den letzten vier Semestern vertieft. Grundsätzlich ist hier festzustellen, daß es in kurzer Zeit gelungen ist, die typische Barriere zwischen uns theoretischen Physikern und den Mathematikern dieser drei Arbeitsgruppen, nämlich das gegenseitige Verstehen der Sprechweisen und Vorgehensweisen, zu überwinden, und damit Kommunikation erst zu ermöglichen.

Zur Gruppe Aulbach besteht ein äußerst reger Austausch zu allen mathematischen Fragen, die Projekte zu autonomen und nichtautonomen dynamischen Systemen betreffen. Diese Verbindung hat sich mittlerweile sogar soweit entwickelt, daß eine gemeinsame Publikation des Kollegiaten B. Reinhard mit Prof. Aulbach und Priv.-Doz. Linz zum Thema 'Stabilization and destabilization of codimension-one bifurcations in iterated mappings due to parametric modulation' ins Auge gefaßt wird. Auch bezüglich der 'Jerk'-Dynamiken scheint nach theoretischen und numerischen Analysen unsererseits ein breites Fundament an Resultaten vorhanden, die in Zukunft eine eingehende, mathematisch exakte Behandlung (einschließlich möglicher Verallgemeinerungen) erlauben sollte. Hier soll ein gemeinsam von Prof. Aulbach und Priv.-Doz. Linz betreuter Stipendiat oder Kollegiat gefunden werden, der sich dieser Problematik annimmt.

Ähnlich positiv haben sich die Verbindungen zur Arbeitsgruppe 1 (Kielhöfer/Maier-Paape) entwickelt, insbesondere in Richtung *stochastischer* partieller Differentialgleichungen. Dies wird nicht nur durch die gegenseitige Teilnahme an speziellen Veranstaltungen der beiden Arbeitsgruppen 'nichtlineare Transportgleichungen' (Linz) und 'Stochastische partielle Differentialgleichungen' (Blömker) belegt, sondern auch durch die daraus erwachsene enge Kommunikation über die theoretisch-physikalischen und mathematischen Aspekte dieses Problemkreises.

Genauso bestehen zur Arbeitsgruppe 3 (Hoppe) rege und enge Kontakte zu numerischen Fragen, hier insbesondere, was 'state of the art' Integration partieller Differentialgleichungen (vgl. unser Projekt zum Oberflächenwachstum in (c)) betrifft. Bei allen Fragen der Effizienz und Konvergenz numerischer Verfahren ist die Unterstützung der Arbeitsgruppe 3 besonders hilfreich.

Die Problematik des Zusammenspiels zwischen (multistabiler) Nichtlinearität – Rauschen – und zeitabhängigen Störungen ist prinzipiell mit der Thematik 'Kontrolle und zeitabhängige Störungen bei stochastischen Differentialgleichungen' (Colonius) verwandt. Hier wird eine engere Zusammenarbeit bezüglich physikalischer und mathematischer Fragestellungen angestrebt, die mit einer gemeinsamen Promotionsbetreuung mittels des neuen Stipendiaten Lars Callenbach zusätzlich unterstützt werden soll. Die Problemstellung ergab sich auf Grund intensiver Diskussionen anlässlich des Internationalen Workshops "Nonlinear Problems in Noisy Systems" (organisiert von Prof. Colonius und Prof. Hänggi), der vom Graduiertenkolleg finanziert wurde.

Neben den Verbindungen zu den mathematischen Arbeitsgruppen 1, 2 und 3 existieren natürlich auch Beziehungen zur zweiten physikalischen Arbeitsgruppe, der Gruppe 6 (Eckern/Ziegler), die ebenfalls Probleme der nichtlinearen statistischen Physik und Feldtheorie bearbeitet. Insbesondere sind Fragestellungen betreffs der spektralen Verteilung von Energiezuständen in nichtlinearen Quantensystemen in beiden Arbeitsgruppen von Interesse.

Publikationen, die im Berichtszeitraum entstanden sind und in Zusammenhang mit dem Graduiertenkolleg stehen

- [1] S.J. Linz und P. Hänggi, *Minimal model for avalanches in granular systems*, Phys. Rev. **E 51** (1995), 2538–2542
- [2] S. J. Linz, *Macromechanical modeling of the surface flow of granular systems*, Lecture Notes in Physics **484** (1998), 306–318
- [3] W. Hager, S.J. Linz und P. Hänggi, *Spectral statistics of global avalanches along granular piles*, Europhys. Lett. **40** (1997), 393–398
- [4] S.J. Linz, *Nonlinear dynamical models and jerky motion*, Am. J. Phys. **65** (1997), 523
- [5] S.J. Linz, *Newtonian jerky dynamics: some general results*, Am. J. Phys. **66** (1998), im Druck
- [6] S.J. Linz, *Newtonian jerk, memory and chaotic oscillations*, zur Publikation eingereicht.
- [7] R. Eichhorn, S.J. Linz und P. Hänggi, *On transformations of nonlinear dynamical systems to jerky motion and its application to minimal chaotic flows*, Physical Review **E 58** (1998), im Druck
- [8] R. Eichhorn, S.J. Linz und P. Hänggi, *Classes of dynamical systems being equivalent to a jerky motion*, zur Publikation eingereicht bei Zeitschrift für angew. Math. und Mech.
- [9] S.J. Linz, *Nonlinear dynamics of the Kingdon equation*, Phys. Rev. **A 52** (1995), 4282
- [10] B. Reinhard, S.J. Linz und P. Hänggi, *The damped nonlinear Hill equation*, in Vorbereitung.
- [11] P. Reimann und P. Hänggi, *Surmounting Fluctuating Barriers: Basic Concepts and Results*, Lecture Notes in Physics **484** (1997), 127
- [12] P. Reimann, R. Bartussek und P. Hänggi, *Reaction Rates when Barriers fluctuate: A singular Perturbation Approach*, Chemical Physics (1998), im Druck
- [13] M. Grifoni und P. Hänggi, *Coherent and Incoherent Quantum Stochastic Resonance*, Phys. Rev. Lett. **76** (1996), 1611
- [14] M. Grifoni and P. Hänggi, *Nonlinear Quantum Stochastic Resonance*, Phys. Rev. **E 54** (1996), 1390
- [15] M. Grifoni, L. Hartmann, S. Berchtold, und P. Hänggi, *Quantum Tunneling and Stochastic Resonance*, Phys. Rev. **E 53** (1996), 5890
- [16] L. Gammaitoni, P. Hänggi, P. Jung, und F. Marchesoni, *Stochastic Resonance*, Rev. Mod. Phys. **70**, 223 (1998)

- [17] R. Bartussek, P. Reimann, und P. Hänggi, *Precise Numerics versus Theory for Correlation Ratchets*, Phys. Rev. Lett. **76** (1996), 1166
- [18] P. Reimann, R. Bartussek, R. Häussler, und P. Hänggi, *Brownian Motors Driven by Temperature Oscillations*, Phys. Lett. **A 215** (1996), 26
- [19] P. Hänggi und R. Bartussek, *Brownian Rectifiers: How to Convert Brownian Motion into Directed Transport*, Lecture Notes in Physics **476** (1996), 294
- [20] P. Jung, J.G. Kissner, and P. Hänggi, *Regular and Chaotic Transport in Asymmetric Periodic Potentials: Inertia Ratchets*, Phys. Rev. Lett. **76** (1996), 3436
- [21] P. Reimann, M. Grifoni und P. Hänggi, *Quantum Ratchets*, Phys. Rev. Lett. **79** (1997), 10
- [22] M. Thorwart, P. Reimann, P. Jung, und R. F. Fox, *Quantum steps in hysteresis loops*, Phys. Lett. **A 239** (1998), 233
- [23] M. Thorwart, P. Reimann, P. Jung, und R. F. Fox, *Quantum Hysteresis and Resonant Tunneling in Bistable Systems*, Chemical Physics (Special issue) (1998), im Druck
- [24] S. Kohler, T. Dittrich, und P. Hänggi, *Floquet-Markovian description of parametrically driven, dissipative harmonic quantum oscillator*, Phys. Rev. **E 55** (1997), 300
- [25] S. Kohler, R. Utermann, P. Hänggi, und T. Dittrich, *Coherent and incoherent chaotic tunneling near singlet-doublet crossings*, Phys. Rev. **E** (1998), im Druck

Diplomarbeiten und Dissertationen, die im Berichtszeitraum abgeschlossen wurden und in Zusammenhang mit dem Graduiertenkolleg stehen

Diplomarbeiten:

- W. Hager, *Lawinenstatistik und Hystereseeffekt in granularen Systemen*. September 1996
- B. Kleinstaubler, *Parametrische Modulation retardierter diskreter dynamischer Systeme*. November 1996
- L. Hartmann, *Dynamik von getriebenen und dissipativen N-Niveau Systemen in der Quantenmechanik*. März 1997
- R. Häußler, *Verkoppelte Brownsche Motoren*. August 1997

Dissertationen:

- R. Bartussek, *Stochastische Ratschen*. Juli 1997

ARBEITSGRUPPE 5: GLOBALE DIFFERENTIALGEOMETRIE

Prof. Dr. Jost-Hinrich Eschenburg

Priv.-Doz. Dr. Jens Heber, Mitglied seit 1. 1. 1998

Prof. Dr. Ernst Heintze

Dr. Christoph Böhm, Stipendiat vom 1. 10. 1996 bis 31. 7. 1997

Dr. Christian Groß, Stipendiat seit 1. 9. 1997

Dr. Augustin-Liviu Mare, Stipendiat vom 1. 1. 1997 bis 31. 7. 1998

Dipl.-Math. Robert Bock, Kollegiat seit 1. 3 1997

Dipl.-Math. Ulrich Christ, Stipendiat vom 1. 12. 1997 bis 30. 6. 1998, seit 1. 7. 1998 Kollegiat

Dipl.-Math. Andreas Kollross, Kollegiat seit 1. 3 1997

Dipl.-Math. Evangelia Samiou, Kollegiatin seit 1. 5. 1998

Forschungsthemen

Im Erstantrag auf Einrichtung dieses Graduiertenkollegs von 1996 haben wir 5 Forschungsthemen genannt:

- (a) Symmetrische Räume und isoparametrische Untermannigfaltigkeiten in Hilberträumen,
- (b) Einsteinmetriken mit hoher Symmetrie,
- (c) Pluriminimale Kähler-Untermannigfaltigkeiten,
- (d) Asymptotische Geometrie auf Mannigfaltigkeiten negativer Krümmung,
- (e) Dynamik geodätischer Flüsse auf Mannigfaltigkeiten positiver Krümmung.

Durch den Wechsel von G. Knieper an das MPI Leipzig zu Beginn des Berichtszeitraums wurden die Themen (e) gar nicht mehr, und (d) nur noch eingeschränkt (s.u.) bearbeitet. Der Schwerpunkt unserer Arbeit im Rahmen des Graduiertenkollegs lag beim Thema (a). Bedingt durch neuere Entwicklungen und die Zusammenarbeit mit den Arbeitsgruppen 1 (Kielhöfer/Maier-Paape) und 6 (Eckern/Ziegler) wurde dieses Thema auch auf die Untersuchung vollständig integrierbarer Hamiltonscher Systeme ausgeweitet. Diese stehen in einem engen, noch nicht vollständig verstandenen Zusammenhang mit isoparametrischen Untermannigfaltigkeiten im Hilbertraum; das Verbindungsglied sind die affinen Kac-Moody-Liealgebren.

Sehr enge Beziehungen bestanden auch zu der im Berichtszeitraum neu hinzugekommenen Gruppe 7 (Lohkamp). Die Mitglieder unserer Arbeitsgruppe nahmen an vielen Veranstaltungen der Arbeitsgruppe 7 teil, um ihre Kenntnisse in so grundlegenden Gebieten wie der Indextheorie oder der Theorie der charakteristischen Klassen vertiefen zu können. Zusätzlich haben wir zwei gemeinsame Workshops in den Gästehäusern der Universität in Sion (Wallis) organisiert, und zwar über asymptotische Geometrie und die neuen Entropie-Starrheitssätze von Besson-Courtois-Gallot, sowie über aktuelle Entwicklungen der symplektischen Geometrie. Zwei gemeinsame Tagungen in Augsburg im Dezember 1997 und Juli 1998 über Globale Differentialgeometrie und Topologie stellten einen gewissen Höhepunkt dar, in deren Rahmen insbesondere für die Graduierten und Kollegiaten Minikurse über "Dirac-Operatoren und Spingeometrie", "Lefschetzformeln und Zetafunktionen von Flüssen", sowie "Loop groups and harmonic maps" organisiert wurden. Insbesondere im Hinblick auf eine Stärkung der Beziehungen zur Physik bieten wir eine Reihe von Vorlesungen und Seminaren über Symplektische Geometrie, Integrierbare Systeme und Geometrische Quantisierung an.

Ergebnisse

Es folgt die Beschreibung der zu den Forschungsthemen (a) bis (c) erzielten Ergebnisse.

(a) *Symmetrische Räume und isoparametrische Untermannigfaltigkeiten in Hilberträumen*

Einer der Schwerpunkte im Bereich Differentialgeometrie liegt in der Untersuchung unendlich-dimensionaler isoparametrischer Untermannigfaltigkeiten, von Involutionen auf Kac-Moody-Algebren und integrablen Systemen. E. Heintze und X. Liu konnten wesentliche Ergebnisse (Homogenität ab Kodimension 2) über isoparametrische Untermannigfaltigkeiten in Hilberträumen erzielen (die im Journal of Differential Geometry bzw. den Annals of Mathematics erscheinen). Die endlich-dimensionalen Analoga wurden vom Stipendiaten L. Mare in seiner Doktorarbeit im Rahmen des Graduiertenkollegs studiert, vor allem in Hinblick auf ihre Topologie (siehe eigenen Bericht im Teil C, Seite 117), während I. Bergmann und der Kollegiat A. Kollross die algebraischen Aspekte (polare Darstellungen und hyperpolare Aktionen) untersuchten (siehe Bericht im Teil C auf Seite 114). Die Arbeiten an den beiden anderen (damit sehr eng verwandten) Themenkreisen sind noch im Fluß.

Der Stipendiat Dr. Ch. Groß studiert Involutionen auf Kac-Moody-Algebren, die analog zum endlich-dimensionalen Fall zu unendlich-dimensionalen symmetrischen Räumen und über die Isotropiedarstellung zu homogenen isoparametrischen Untermannigfaltigkeiten führen sollten (Bericht im Teil C auf Seite 145). Herr U. Christ (zunächst Stipendiat, dann Kollegiat) geht der Frage nach, inwieweit die Homogenität unendlich-dimensionaler isoparametrischer Untermannigfaltigkeiten die der endlich-dimensionalen impliziert (siehe Bericht auf Seite 99).

Die Verbindung zur Theorie vollständig integrabler Systeme befindet sich im Aufbau. Hier ist die Zusammenarbeit mit der Arbeitsgruppe 6 (Eckern/Ziegler) besonders wertvoll, wie z.B. die Vorlesungsreihe der Kollegiatin Frau Dr. Gade über integrable Systeme im Sommersemester 98 zeigte. Darüberhinaus haben wir Vorlesungsreihen von Frau Prof. Ch.-L. Terng (Northeastern University, Boston; Humboldtpreisträgerin) und Herrn Prof. R. Palais (Brandeis University) über "Integrable Systems and Loop Algebras" sowie "Wave Equations and Solitons" initiiert, die in dieses hochaktuelle Gebiet der vollständig integrablen Systeme und Kac-Moody-Algebren einführen. Dabei gibt es naturgemäß wichtige Berührungspunkte mit der Arbeitsgruppe 1 (Kielhöfer/Maier-Paape), für die auch Wellengleichungen eine Rolle spielen.

Alle Aspekte dieses Themas hängen mit kompakten Liegruppen und symmetrischen Räumen zusammen. In diesem Bereich gab es aber auch Fortschritte, die nicht unmittelbar mit isoparametrischen Untermannigfaltigkeiten zusammenhängen. Der Kollegiatin Frau E. Samiou gelang (nach Vorarbeiten von E. Heintze und anderen) eine neue Kennzeichnung der Symmetrischen Räume durch die Existenz von genügend vielen euklidischen Teilräumen, und der Kollegiat R. Bock konstruierte und klassifizierte in seiner gerade abgeschlossenen Dissertation bestimmte Räume mit nicht-negativer Krümmung mit Hilfe von Aktionen auf Liegruppen (siehe Berichte im Teil C auf den Seiten 97 bzw. 129).

(b) *Einsteinmetriken mit hoher Symmetrie*

Ein Forschungsgegenstand waren homogene Einsteinräume, vor allem im nicht-kompakten Fall. In der Habilitationsschrift von J. Heber, der seit Anfang des Jahres 1998 Mitglied des Graduiertenkollegs ist, konnte die Beziehung zwischen homogener Einsteingeometrie und zugrundeliegenden algebraischen Strukturen (auflösbaren und nilpotenten Liegruppen) weitgehend geklärt werden. Insbesondere wurden allgemeine Strukturresultate bewiesen, aus denen sich ein Klassifikationsansatz ergab. Dies führte auch zur vollständigen Beschreibung der topologischen Gestalt des "Modulraums", d.h. der Gesamtheit aller homogenen Einsteinräume, in der Nähe der 2-Punkt-homogenen Modellräume.

Ein weiteres Thema waren Einsteinmetriken mit Kohomogenität Eins. In diesem Fall operiert die Isometriegruppe nicht mehr wie im homogenen Fall transitiv, sondern die Hauptbahnen sind Hyperflächen. Dann reduziert sich die Einsteingleichung auf eine gewöhnliche Differentialgleichung, allerdings mit Singularitäten, bedingt durch die singulären Orbits. Diese wurden in einer gemeinsamen Arbeit von J. Eschenburg und M. Wang untersucht. Der Stipendiat Dr. C. Böhm

erzielte als Postdoktorand des Graduiertenkollegs (Okt. 1996 – Aug. 1997) Existenz- und Nichtexistenzresultate für derartige Metriken. Dazu waren aufwendige Methoden aus der Theorie dynamischer Systeme zu benutzen. Hier erwies sich die Zusammenarbeit mit der Arbeitsgruppe 1 (Kielhöfer/Maier-Paape) als äußerst hilfreich und führte zu wesentlichen neuen Ergebnissen.

(c) *Pluriminimale Kähler-Untermannigfaltigkeiten*

Minimalflächen lassen eine Ein-Parameter-Schar isometrischer Deformationen zu, bei der die Hauptkrümmungsrichtungen gedreht werden; bekanntes Beispiel ist die Deformation des Katenoids in das Helikoid (Wendelfläche). Solche Deformationen existieren auch für pluriminimale Kähler-Untermannigfaltigkeiten in Symmetrischen Räumen. Besonders ausgezeichnet sind solche Untermannigfaltigkeiten, wenn diese Deformationen trivial sind. In einer gemeinsamen Arbeit mit R. Tribuzy konnte J. Eschenburg alle Räume dieser Art als Projektionen gewisser holomorpher Einbettungen in Fahnenmannigfaltigkeiten kennzeichnen. Dissertationsthemen aus diesem Bereich wurden bisher noch nicht vergeben.

Stellung im Graduiertenkolleg

Naturgemäß bestehen die engsten Beziehungen zur Arbeitsgruppe 7 (Lohkamp), mit der uns das Interesse an topologischen, differentialtopologischen, geometrischen und analytischen Fragen verbindet. Neben dem wechselseitigen Besuch von Vorlesungen haben wir gemeinsame Seminare, Arbeitsgemeinschaften und Tagungen organisiert. Insbesondere haben wir zusammen zwei Seminare im Gästehaus der Universität in Sion (Schweiz) durchgeführt, und zwar über den Starrheitssatz von Besson-Courtois-Gallot (Thema (d)) und über neue Entwicklungen in der symplektischen Geometrie. Darüberhinaus wurden von uns gemeinsame Seminare zu charakteristischen Klassen, Wittengeschlecht und integrablen Systemen veranstaltet. Für die Ausbildung unserer Stipendiaten und Kollegiaten ist die Verbindung zur Arbeitsgruppe 7 von größter Bedeutung.

Mit der Arbeitsgruppe 6 (Eckern/Ziegler) verbindet uns das gemeinsame Forschungsinteresse an integrablen Systemen und ihren Symmetrien. In beiden Gruppen spielen dabei algebraische Strukturen wie Kac-Moody-Algebren eine wesentliche Rolle. Die Vorlesungsreihe der Kollegiatin Dr. R. Gade half uns Mathematikern, integrable Systeme aus physikalischer Sicht zu verstehen. Diese wurden aus mathematischer Sicht durch Gastvorträge von F. Burstall, durch Vorlesungen von R. Palais und C.-L. Terng sowie durch zwei Seminare komplettiert.

Mit der Arbeitsgruppe 2 (Aulbach/Colonius) besteht ein gemeinsames Interesse an Liegruppen und homogenen Räumen (insbesondere Fahnenmannigfaltigkeiten); die Zusammenarbeit soll weiter ausgebaut werden. Die Arbeitsgruppe 1 (Kielhöfer/Maier-Paape) schließlich ist mit uns durch die Arbeit an ähnlich strukturierten dynamischen Systemen verbunden, besonders im Bereich der Einsteinmetriken, aber auch bei den vollständig integrablen Systemen, in Zusammenhang mit Wellengleichungen und Solitonen. Die vom Stipendiaten Dr. C. Böhm erzielten Existenz- und Nichtexistenzresultate für Einsteinmetriken basieren auf Methoden aus der Theorie 3-dimensionaler dynamischer Systeme. Der Durchbruch gelang dabei in Zusammenarbeit mit der Arbeitsgruppe 1, wobei vor allem Ideen von Priv.-Doz. S. Maier-Paape eine wesentliche Rolle spielten.

Publikationen, die im Berichtszeitraum entstanden sind und in Zusammenhang mit dem Graduiertenkolleg stehen

- [1] C. Böhm: Inhomogeneous Einstein metrics on low-dimensional spheres and other low-dimensional spaces. Erscheint in Invent. Math.
- [2] C. Böhm: Non-existence of homogeneous Einstein metrics. Preprint (1997)
- [3] C. Böhm: Noncompact cohomogeneity one Einstein metrics. Preprint (1997)

- [4] P. Eberlein und J. Heber: Quarter pinched homogeneous spaces of negative curvature. Intern. J. Math. 7 (1996), 441–500
- [5] J.-H. Eschenburg: Lecture Notes on Symmetric Spaces. Preprint (1997)
- [6] J.-H. Eschenburg: Parallellity and Extrinsic Homogeneity. Erscheint in Math. Z.
- [7] J.-H. Eschenburg und E. Heintze: Polar representations and symmetric spaces. Erscheint in J. Reine Angew. Math.
- [8] J.-H. Eschenburg und E. Heintze: Unique Decomposition of Riemannian manifolds. Erscheint in Proc. Am. Math. Soc.
- [9] J.-H. Eschenburg und E. Heintze: On the classification of polar representations. Erscheint in Math. Z.
- [10] J.-H. Eschenburg und R. Tribuzy: Associated families of pluriharmonic maps and isotropy. Manusc. math. 95 (1998), 295–310
- [11] J.-H. Eschenburg und McKenzie Y. Wang: The Initial Value Problem for Cohomogeneity One Einstein Metrics. Erscheint in J. Geom. An.
- [12] J.-H. Eschenburg und McKenzie Y. Wang: The ODE system arising from cohomogeneity one Einstein metrics. In: Andersen, Dupont, Pedersen, Swann (eds.): Geometry and physics (Lecture notes in pure and applied mathematics 184), 157–165, New York: Dekker (1997)
- [13] J. Heber: Geometric and algebraic structure of noncompact homogeneous Einstein spaces. Habilitationsschrift, Augsburg 1997
- [14] J. Heber: Noncompact homogeneous Einstein spaces. Invent. Math. 133 (1998), 279–352
- [15] E. Heintze und X. Liu: A splitting theorem for isoparametric submanifolds in Hilbert space. J. Differential Geom. 45 (1997), 319 - 335
- [16] E. Heintze und X. Liu: Homogeneity of infinite dimensional isoparametric submanifolds. Erscheint in Annals of Math.
- [17] E. Heintze, X. Liu und C. Olmos: Isoparametric submanifolds and a restriction theorem. Preprint (1997)
- [18] E. Heintze und W. Ziller: Isotropy irreducible spaces and s-representations. Diff. Geom. and Appl. 6 (1996), 181–188
- [19] E. Samiou: The symmetry of 2-flat homogeneous spaces. Geom. Dedicata 65 (1997), 161–165

Diplomarbeiten und Dissertationen, die im Berichtszeitraum abgeschlossen wurden und in Zusammenhang mit dem Graduiertenkolleg stehen

Diplomarbeiten:

- I. Bergmann, *Polare Darstellungen kompakter Liegruppen*. April 1997
- U. Christ, *Normale Holonomie unendlich-dimensionaler Untermannigfaltigkeiten*. November 1997
- C. Heyne, *Schleifenalgebren und Automorphismen endlicher Ordnung einfacher Liealgebren*. Dezember 1997
- A. Kottmair, *Äquifokale Hyperflächen in symmetrischen Räumen*. November 1997

Dissertationen:

- E. Samiou, *Eine geometrische Charakterisierung der symmetrischen Räume*. Shaker Verlag, Aachen, Oktober 1997
- L. Mare, *Topology of isotropy orbits*. Juli 1998
- A. Kollross, *A classification of Hyperpolar and Cohomogeneity One Actions*. September 1998

ARBEITSGRUPPE 6: STARK KORRELIERTE VIELTEILCHENSYSTEME

Prof. Dr. Ulrich Eckern

Prof. Dr. Klaus Ziegler, Mitglied seit Juli 1998

Dr. Renate Gade, Kollegiatin seit 1. 4. 1997

Dr. Peter Schmitteckert, Kollegiat vom 1. 10. bis 31. 12. 1996

Dipl.-Phys. Andreas Osterloh, Stipendiat seit 1. 5. 1997

Vorbemerkung

Aufgrund eines Rufes an Prof. Dr. Alejandro Muramatsu (seit April 1996 an der Universität Stuttgart tätig) wurde das im Erstantrag von 1996 beschriebene Projekt seiner Arbeitsgruppe (Geometrische Beschreibung des *minus-sign*-Problems in Quanten-Monte-Carlo-Simulationen) nicht weiter verfolgt. Die C3-Professur, die Herr Muramatsu innehatte, wurde ab Oktober 1996 von Dr. habil. Klaus Ziegler (MPI für Physik komplexer Systeme, Dresden) vertreten, der inzwischen den Ruf auf diese Stelle erhalten und angenommen hat. Herr Ziegler, der seit Juli 1998 Mitglied des Graduiertenkollegs ist, vertritt das Fachgebiet „Quantenfeldtheoretische Methoden in der Kondensierten Materie“.

Forschungsthema

Das Forschungsthema der Arbeitsgruppe 6 war das Studium integrierbarer Systeme, wie sie bei der Beschreibung von stark wechselwirkenden Elektronen in *einer* Dimension oder im Zusammenhang mit dem Quanten-Hall-Effekt auftreten.

Ergebnisse

Es ist seit längerem bekannt, daß sich verschiedene kanonische Modelle für korrelierte Elektronen und für magnetische Systeme in *einer* Dimension mit Hilfe des Bethe-Ansatzes exakt lösen lassen. Dabei gibt es einerseits das direkte Verfahren des Koordinaten-Bethe-Ansatzes, während andererseits die Quanten-Inverse-Streu-Methode auf Lösungen der sogenannten Yang-Baxter-Gleichung beruht. Beim Studium der den Lösungen zugrundeliegenden Symmetrien werden Lie-Gruppen, erweiterte Lie-Gruppen (Yangians) und auch deformierte Lie-Gruppen (Quanten-Gruppen) gefunden. Beide der genannten Wege wurden in unseren Untersuchungen beschritten (siehe auch die Berichte der Kollegiatin Dr. R. Gade (Seite 142) und des Stipendiaten A. Osterloh (Seite 122) im Teil C).

Grundlage der Arbeiten von Herrn Osterloh ist ein quantenmechanisches Modell für Teilchen, die auf einem Gitter definiert sind; die Teilchen können von Platz zu Platz hüpfen und verspüren eine Wechselwirkung, wenn sie benachbart sind. Mit Hilfe einer exakten Transformation (Jordan-Wigner) ist dieses Modell äquivalent zu einer Spin-Kette. Im fermionischen Fall genügen die Operatoren, die Teilchen an einem Platz erzeugen und vernichten, einfachen Vertauschungsregeln. Es ist nun gelungen, mit Hilfe einer q -Deformation der Fermi-Algebra ein exakt lösbares

Modell zu konstruieren [1], das, ausgedrückt in den physikalischen Variablen, eine komplizierte Wechselwirkung über eine Kopplung an ein Eichfeld enthält. Anders ausgedrückt handelt es sich um eine Art korreliertes, d.h. von der aktuellen Besetzungszahl abhängiges Hüpfen der Teilchen. Modelle dieser Art sind schon bekannt; allerdings ist das (möglicherweise) verbindende Prinzip noch unverstanden. Von Bedeutung ist bei diesem Ergebnis nicht so sehr die genaue Form des Modells, sondern vielmehr das neuartige Konstruktions-Prinzip – die q -Deformation. Erste Ergebnisse für das Hubbard-Modell (Fermionen mit Spin) liegen ebenfalls vor [2].

Auch im Zusammenhang mit dem integralen Quanten-Hall-Effekt wird zur Zeit intensiv diskutiert, ob dieses bemerkenswerte Phänomen mit Hilfe eines – noch zu bestimmenden – integrablen Modells erklärt werden kann. Bei diesem Effekt werden Plateaus in der Hall-Leitfähigkeit beobachtet, und als Funktion eines senkrecht zu dem (zweidimensionalen) Elektronensystem stehenden Magnetfeldes springt die Leitfähigkeit von einem Plateau zum nächsten. Mit diesem Sprung geht ein Isolator-Metall-Isolator-Übergang einher, der erst in den letzten Jahren genauer experimentell charakterisiert wurde. Die Untersuchungen von Frau Gade gehen von einem zweidimensionalen Elektronengas in einem statischen Unordnungspotential aus, was auf eine klassische Feldtheorie führt. Zur Konstruktion des „richtigen“ Modells wurde zunächst ein mit q -deformierten Bosonen und Fermionen besetztes Netzwerkmodell betrachtet. Eine wichtige Rolle spielt dabei eine bestimmte affine Quantenalgebra, die im Detail untersucht wurde [3-5]. Verschiedene Aspekte der algebraischen Struktur – in Hinblick auf die Auswertung physikalischer Größen – konnten bereits ausreichend geklärt werden. Für die Bestimmung des Spektrums erscheint eine Methode geeignet, die von Priv.-Doz. A. Klümper in Köln entwickelt wurde; zu dieser Arbeitsgruppe bestehen enge Kontakte.

In engem Zusammenhang mit eindimensionalen *integrablen* Modellen stehen numerische und analytische Untersuchungen von ungeordneten bzw. dimerisierten Modellen [6-8] im Rahmen der DFG-Forschergruppe – wobei Unordnung und Dimerisierung im allgemeinen die Integrabilität stören. Andere Arbeiten beziehen sich auf das Kondo-Modell [9] bzw. ebenfalls auf den Quanten-Hall-Effekt [10].

Kooperationen

Die oben beschriebenen Untersuchungen der Arbeitsgruppe 6 sind inhaltlich und personell an ein Teilprojekt der DFG-Forschergruppe *Metal-Isolator-Übergang und Magnetismus in hochkorrelierten Übergangsmetall-Chalkogeniden* angebunden. Zum Beispiel steht das Projekt von Herrn Osterloh – Konstruktion von integrablen Modellen wechselwirkender Fermionen mit Hilfe von q -deformierten Algebren – in engem Bezug zu numerischen Untersuchungen, die im Rahmen der Forschergruppe durchgeführt werden. Durch die Anbindung an die Forschergruppe ist gewährleistet, daß reale physikalische Gegebenheiten, d.h. experimentelle Resultate, einfließen können. Umgekehrt ergänzen die Untersuchungen im Rahmen des Graduiertenkollegs die experimentell orientierten Fragestellungen der Forschergruppe sehr gut um verschiedene interessante mathematische Aspekte. Weiterhin war die enge Zusammenarbeit mit Dr. Luigi Amico (Catania/Italien, jetzt Madrid) für die erfolgreiche Durchführung der Untersuchungen sehr wichtig; diese Kooperation wird fortgeführt.

Im Bereich der Quanten-Gruppen bestehen Kontakte zur Arbeitsgruppe von Professor Wess an der LMU München. Herr Wess, der im Münchener Graduiertenkolleg „Mathematik im Bereich ihrer Wechselwirkung mit der Physik“ mitarbeitet, hat im Januar 1997 in einem Vortrag eine Einführung in *Quantenmechanische Modelle in nichtkommutativen Räumen* gegeben und erläutert, wie sich auf einem quantisierten Raum-Zeit-Gefüge eine Vereinheitlichung aller physikalischen Wechselwirkungen aufbauen könnte. Einer seiner Mitarbeiter hat im Mai 1997 über seine Ergebnisse zu verallgemeinerten Hubbard-Modellen berichtet; diese stehen in engem Bezug zu unseren Arbeiten.

Die Gruppe „integrable Modelle“ wird im Moment außerdem entscheidend durch Prof. Yupeng Wang verstärkt, der seit Mai 1998 als Alexander von Humboldt-Stipendiat am Lehrstuhl für Theoretische Physik II zu Gast ist. Eine weitere Bewerbung (Dr. You-Quan Li, Cincinnati bzw. Lanzhou, China) liegt zur Zeit der AvH-Stiftung vor. Diese ist, unter anderem, ein Indiz dafür, daß die in Augsburg durchgeführten Arbeiten zu integrierbaren Modellen internationale Beachtung gefunden haben.

Stellung im Graduiertenkolleg

Aufgrund der personellen Umstrukturierung (siehe oben) war die wissenschaftliche Zusammenarbeit mit den mathematischen Arbeitsgruppen nicht so intensiv wie ursprünglich geplant und zunächst auf ein gemeinsames Seminar und Vorlesungen beschränkt. Aus diesen haben sich aber, gerade in letzter Zeit, in zahlreichen Gesprächen Ansatzpunkte für eine Zusammenarbeit, insbesondere mit den Arbeitsgruppen 5 (Eschenburg/Heber/Heintze) und 7 (Lohkamp), im Themenkreis Lie-Gruppen bzw. verallgemeinerte Lie-Gruppen ergeben. Es ist allerdings festzuhalten, daß die in der Physik diskutierten, in der Regel unendlich-dimensionalen Darstellungen, aus mathematischer Sicht ein sehr schwieriges Problem darstellen, so daß im Moment konkrete Resultate einer Kooperation im Sinne einer gemeinsamen Veröffentlichung nicht absehbar sind. Trotzdem wird die gegenseitige Befruchtung von beiden Seiten als sehr nützlich erachtet.

Natürlich bestehen intensive Kontakte zur Arbeitsgruppe 4 (Hänggi/Linz), die auch zahlreiche Themen außerhalb des Graduiertenkollegs betreffen. Bewußt wurden aber, im Sinne einer Erweiterung des Spektrums, von den beiden physikalischen Arbeitsgruppen 4 und 6 recht verschiedenartige Themen in das Graduiertenkolleg eingebracht.

Publikationen, die im Berichtszeitraum entstanden sind und in Zusammenhang mit dem Graduiertenkolleg stehen

- [1] L. Amico, A. Osterloh, and U. Eckern: *One-dimensional XXZ model for particles obeying fractional statistics*. Phys. Rev. B **58** (1998), 1703-06 (Rapid Comm.)
- [2] A. Osterloh, L. Amico, and U. Eckern: *Bethe ansatz solution of the Hubbard model for particles with fractional statistic*. In Vorbereitung
- [3] R. M. Gade: *On the quantum affine superalgebra $U_q(\widehat{gl}(2|2))$ at level one*. Nucl. Phys. B **500** (1997), 547-564
- [4] R. M. Gade: *Universal R-Matrix and graded Hopf algebra structure of $U_q(\widehat{gl}(2|2))$* . J. Phys. A: Math. Gen. **31** (1998), 4909-4925
- [5] R. M. Gade: *On vertex models based on infinite-dimensional representations of $U_q(\widehat{gl}(2|2))$* . Nucl. Phys. B, angenommen
- [6] P. Schmitteckert and U. Eckern: *Phase coherence in a random one-dimensional system of interacting fermions: A density matrix renormalization group study*. Phys. Rev. B (Brief Reports) **53** (1996), 15 397-15 400
- [7] P. Schmitteckert, T. Schulze, C. Schuster, P. Schwab, and U. Eckern: *Anderson Localization versus Delocalization of Interacting Fermions in One Dimension*. Phys. Rev. Lett. **80** (1998), 560-563
- [8] C. Schuster and U. Eckern: *Interaction versus dimerization in one-dimensional Fermi systems*. Eur. Phys. J. B, angenommen (cond-mat/9804309)
- [9] Y. Wang and U. Eckern: *Scalar Potential Effect in an Integrable Kondo Model*. Vorabdruck (cond-mat/9805322)
- [10] U. Eckern and K. Ziegler: *Transport in a Nearly Periodic Potential with a Magnetic Field*. J. Phys.: Condensed Matter **10** (1998), 6749-6760

Diplomarbeiten und Dissertationen, die im Berichtszeitraum abgeschlossen wurden und in Zusammenhang mit dem Graduiertenkolleg stehen

Diplomarbeiten:

- M. Brunner, *Quanten-Monte-Carlo-Untersuchungen des t - J -Modells*. September 1996
- T. Schulze, *Quantenkohärenz in eindimensionalen Fermi-Systemen: Wechselwirkung vs. Unordnung*. Mai 1997
- T. Lück, *Der Berezinskii-Kosterlitz-Thouless Übergang mit Unordnung*. November 1997
- T. Bernecker, *Monte-Carlo-Simulationen für das X - Y -Modell: Einfluß von Unordnung und symmetriebrechenden Feldern*. Juli 1998
- L. Serban, *Der Quanten-Hall-Übergang in Gittermodellen*. August 1998

Dissertationen:

- P. Schwab, *Impurity Spin dynamics and quantum coherence in mesoscopic rings*, März 1996
- P. Schmitteckert, *Interplay between Interaction and Disorder in One-Dimensional Fermi Systems*. Mai 1996
- C. Werner, *Nichtlineare Dynamik und Stromkonversion von Systemen mit Ladungsdichtewelle*. März 1997

ARBEITSGRUPPE 7: GEOMETRISCHE ANALYSIS

Prof. Dr. Joachim Lohkamp, Mitglied seit 1. 4. 1997

Dr. Anand Naique-Dessai, Kollegiat seit 1. 5. 1997

Dipl.-Math. Markus Haase, Stipendiat seit 1. 3. 1998

Dipl.-Math. Marcus Lüdecke, Kollegiat seit 1. 7. 1997

Dipl.-Math. Peter Spichtinger, Kollegiat seit 1. 1. 1998

Entstehung der Arbeitsgruppe

Zum 1. April 1997 ist der Lehrstuhl für *Analysis und Geometrie* durch die Berufung von Professor Lohkamp von der ETH Zürich neu besetzt worden. In den darauffolgenden Monaten Mai und Juli sind der Assistent Dr. Anand Dessai und der Kollegiat Dipl.-Math. Marcus Lüdecke neu hinzugekommen. Seit Januar 1998 arbeitet der Kollegiat Dipl.-Math. Peter Spichtinger an diesem Lehrstuhl. Erst zum 1. März 1998 hat die „aktive“ Phase unserer Arbeitsgruppe im Graduiertenkolleg formal mit der Einstellung des Stipendiaten Dipl.-Math. Markus Haase begonnen. Die Arbeitsgruppe 7 (Geometrische Analysis) hatte aus offensichtlichen Gründen keine Gelegenheit, einen Beitrag zum 1996 gestellten Erstantrag zur Einrichtung des Graduiertenkollegs zu liefern. Ein Arbeitsbericht ist aus diesem Grund und der „statu nascendi“ Situation dieser Arbeitsgruppe im Teils A (Seite 36) dieses Fortsetzungsantrags inkorporiert. Insofern wird auf die dortigen Ausführungen verwiesen.

Stellung innerhalb des Graduiertenkollegs

Zur Bearbeitung und für das Verständnis von aktuellen Fragestellungen der Geometrie sind fundierte Kenntnisse von Topologie, Geometrischer Analysis und auch fortgeschrittener Physik

(insbesondere Quantenfeld- und Eichtheorien) unerlässlich (siehe insbesondere auch den Fortsetzungsantrag im Teil A auf Seite 36). Wir boten (und bieten) hier ein möglichst umfassendes Ausbildungsprogramm an: Im Sommersemester 1997 wurden eine Vorlesung mit dem vollständigen Beweis des *Atiyah-Singer Index Theorems* und begleitend Seminare über das *Wittengeschlecht* und die *Lefschetz-Fixpunkt-Formel* abgehalten. Im Wintersemester 1997/98 und Sommersemester 1998 wurden Vorlesungen über *Algebraische Topologie* und Seminare über *Charakteristische Klassen* und *Kählergeometrie* durchgeführt.

Es gab eine Reihe gemeinsamer Veranstaltungen (mit insgesamt vier gemeinsamen Seminaren und Arbeitsgemeinschaften) mit den Arbeitsgruppen 5 (Eschenburg/Heber/Heintze) sowie 1 (Kielhöfer/Maier-Paape).

Die einzige derzeit aus Mitteln des Graduiertenkollegs finanzierte Stelle der Arbeitsgruppe 7 ist die des Doktoranden Markus Haase. Er befaßt sich mit "Gromov's Convex Integration Theory", einem gewaltigen Mittel zur Lösung von Problemen insbesondere der Riemannschen und Symplektischen Geometrie.

Die übrigen Doktoranden, die Kollegiaten Marcus Lüdecke und Peter Spichtinger, befassen sich mit der Geometrie von Ricci- und Skalarkrümmung. Herr Lüdecke befaßt sich mit der numerischen Behandlung der Skalarkrümmung im 3-dimensionalen Fall, was zu einer Zusammenarbeit mit der Arbeitsgruppe 3 (Hoppe) Anlaß gegeben hat. Herr Spichtinger untersucht die topologischen sphärischen Raumformen auf ihre Geometrie von Ricci- und Skalarkrümmung. Beide Doktoranden befinden sich, wie auch der zuvor erwähnte Stipendiat Markus Haase, noch in der Einarbeitungsphase. Konkrete Ergebnisse liegen daher noch nicht vor. Alle drei Doktoranden legen in separaten Arbeitsberichten im Teil C die Thematik ihrer Arbeiten dar.

Der Kollegiat Dr. A. Dessai untersucht u.a. das aus der Quantenfeldtheorie motivierte Wittengeschlecht im Zusammenhang mit positiver Ricci-Krümmung (siehe das Forschungsvorhaben im Teil C), was sowohl für die Arbeitsgruppen 5 (Eschenburg/Heber/Heintze) als auch 6 (Eckern/Ziegler) interessant ist. Hier verweisen wir auf Herr Dessai's Forschungs- und Arbeitsbericht im Teil C.

Aktuelle Veröffentlichungen, die im Zusammenhang mit dem Graduiertenkolleg stehen

- [1] A. N. Dessai, *Some Remarks on Almost and Stable Almost Complex Manifolds*, Math. Nachr. 192 (1998), 159–172
- [2] A. N. Dessai and R. Jung, *On the Rigidity Theorem for Elliptic Genera*, erscheint in "Trans. Amer. Math. Soc."
- [3] A. N. Dessai, *Rigidity Theorems for Spinc-Manifolds*, eingereicht bei "Topology"
- [4] A. N. Dessai, *Spinc-Manifolds with Pin (2)-Action*, eingereicht bei "Math. Ann."
- [5] J. Lohkamp, *Scalar Curvature and Hammocks*, erscheint in "Math. Ann."
- [6] J. Lohkamp, *Curvature Contents of Geometric Spaces*, erscheint in "Proc. Int. Congr. Math. ICM 1998", Invited Addresses
- [7] J. Lohkamp, *Geometry of Positive Scalar Curvature*, erscheint in "Proc. Aarhus Conf., ICM Satellite Conference on Geometry and Topology", Plenary Addresses
- [8] J. Lohkamp, *Notes on Localized Curvatures*, Preprint

2 Liste der Stipendiaten und Kollegiaten

Die folgende Aufzählung enthält alle bisher dem Graduiertenkolleg angehörenden Stipendiaten und Kollegiaten in alphabetischer Reihenfolge. Die Angaben nach dem Namen betreffen jeweils 1. den Status im Graduiertenkolleg (Stipendiat oder Kollegiat), 2. das derzeitige Alter, 3. den Ort und den Zeitpunkt des ersten berufsqualifizierenden Abschlusses, 4. den Zeitpunkt der Promotion (falls bereits erfolgt) und 5. den Förderungszeitraum im Graduiertenkolleg (nur bei Stipendiaten).

Name	Status	Alter	erster Abschluß	Promotion	Förderdauer
Blömker, Dirk	St./K.	28	Münster 02/97	—	04/97 – 04/98
Bock, Robert	Koll.	30	Augsburg 02/94	—	—
Böhm, Christoph	Stip.	30	Augsburg 01/94	06/96	10/96 – 08/97
Callenbach, Lars	Stip.	26	Oldenburg 09/97	—	seit 06/98
Christ, Ulrich	St./K.	25	Augsburg 11/97	—	12/97 – 06/98
Dessai, Anand-N.	Koll.	33	Bonn 01/92	07/96	—
Eichhorn, Ralf	Stip.	28	Würzburg 10/96	—	seit 04/97
Gade, Renate	Koll.	37	Heidelberg 06/86	01/91	—
Groß, Christian	Stip.	33	Darmstadt 10/91	07/95	seit 09/97
Grüne, Lars	Koll.	31	Augsburg 02/94	12/96	01/97 – 09/97
Grünvogel, Stefan	Koll.	28	Augsburg 01/97	—	—
Gugg, Christoph	Koll.	26	Augsburg 11/97	—	—
Haase, Markus	Stip.	28	Tübingen 05/97	—	seit 03/98
Hager, Wolfgang	Stip.	30	Augsburg 11/96	—	12/96 – 05/97
Hiptmair, Ralf	Koll.	31	München 11/92	06/96	—
Keller, Stefan	Stip.	28	Augsburg 03/95	—	seit 08/97
Kieninger, Bernd	Stip.	28	Augsburg 05/98	—	seit 08/98
Kohler, Sigmund	Koll.	31	Ulm 11/93	—	—
Kollross, Andreas	Koll.	30	Augsburg 12/94	09/98	—
Linz, Stefan	Koll.	39	Saarbrücken 10/84	07/89	—
Lüdecke, Marcus	Koll.	30	Augsburg 06/97	—	—
Mare, Augustin-L.	Stip.	30	Cluj-Napoca 06/91	07/98	01/97 – 07/98
Nash, Eva	Stip.	28	Würzburg 08 /95	—	seit 10/96
Osterloh, Andreas	Stip.	29	Karlsruhe 10/96	—	seit 05/97
Raible, Martin	Koll.	30	Hannover 07/97	—	—
Reimann, Peter	Koll.	33	Basel 04/89	12/92	—
Reinhard, Bernd	Koll.	29	Augsburg 05/97	—	—
Reißner, Ernst	Stip.	30	Augsburg 09/93	09/98	10/96 – 03/98
Samiou, Evangelia	Koll.	33	Athen 10/97	10/97	—
Siegmund, Stefan	Stip.	28	Augsburg 07/96	—	seit 10/96
Spichtinger, Peter	Koll.	27	Augsburg 12/97	—	—
Szolnoki, Dietmar	Stip.	29	Augsburg 11/97	—	seit 12/97
Thorwart, Michael	St./K.	28	Tübingen 07/96	—	10/96 – 03/97
Wanner, Thomas	Koll.	31	Augsburg 10/91	11/93	—
Wilhelm, Thomas	Stip.	32	Berlin 06/92	07/97	seit 10/97
Wohlmüt, Barbara	Koll.	31	München 11/92	04/95	—

3 Auswahl der Stipendiaten und Kollegiaten

Von den 10 uns zur Verfügung stehenden Stipendien für Doktoranden und den 2 für Postdoktoranden wurden zu Beginn der Förderungsperiode (1. Oktober 1996) 4 Doktorandenstipendien und 1 Postdoktorandenstipendium an Bewerber aus dem eigenen Hause vergeben. Die übrigen Stipendien wurden in der ZEIT, den Physikalischen Blättern und den Mitteilungen der DMV ausgeschrieben. Ferner verschickten wir entsprechende Ausschreibungen an alle mathematischen und physikalischen Institute in Deutschland mit der Bitte um Aushang und wir platzierten diese Informationen auf der Internet-Homepage des Graduiertenkollegs. In der Folge haben sich etwa 35 Personen beworben, von denen knapp die Hälfte zu Vorstellungsvorträgen und -gesprächen eingeladen wurde. Innerhalb eines halben Jahres waren daraufhin alle Stipendien vergeben. Als im August/September 1997 beide Postdoktoranden zugunsten von längerfristigen Auslandsaufenthalten das Graduiertenkolleg verließen, erfolgte eine erneute Ausschreibung der freigewordenen Stellen. Seit Oktober 1997 sind nun – von wenigen Ausnahmen abgesehen – alle Stellen regelmäßig besetzt.

Zusammenfassend läßt sich hinsichtlich der Bewerberlage feststellen, daß von den insgesamt 55 Bewerbungen 18 Stipendiaten – über die bisherige Laufzeit von zwei Jahren verteilt – aufgenommen wurden, davon 9 von außerhalb der Universität Augsburg.

Die Kollegiaten (ohne Stipendium) wurden von den sie betreuenden Hochschullehrern vorgeschlagen und nach Vorstellungsvorträgen (soweit dies zeitlich möglich war) ins Kolleg aufgenommen.

4 Ausbildungsprogramm

Die Säulen des Ausbildungs- und Studienprogramms sind das wöchentlich stattfindende Graduiertenkolloquium sowie Vorlesungen und Seminare, deren Themen sich an der Zielsetzung des Kollegs orientieren. Dazu kamen eine zweitägige Klausurtagung, auf die weiter unten näher eingegangen wird, und eine Reihe von speziellen Veranstaltungen in Form von kleineren Fachtagungen und Workshops, die im Abschnitt „Gastwissenschaftlerprogramm“ beschrieben werden.

4.1 Graduiertenkolloquium

Das wöchentlich stattfindende Graduiertenkolloquium hat sich als Herzstück des Kollegs etabliert. In dieser Veranstaltung, die von den Stipendiaten und Kollegiaten, insbesondere den Postdoktoranden, selbst organisiert wird, hatte sich jeder Stipendiat an Hand zweier Vorträge dem Kolleg vorzustellen. Die Idee dabei ist, daß der erste dieser beiden Vorträge eine für alle verständliche Einführung in das jeweilige Arbeitsgebiet gibt, während der zweite Vortrag die für das jeweilige Promotionsprojekt spezifischen Fragestellungen und Methoden vorstellt.

4.2 Vorlesungen

Das Angebot an Vorlesungen, die in erster Linie von den Mitgliedern des Graduiertenkollegs (zuweilen aber auch von Gästen oder Kollegiaten) gehalten wurden, orientierte sich an den Bedürfnissen der Stipendiaten und Kollegiaten. Im Rahmen der gegebenen Möglichkeiten (die z. B. durch Freisemester oder die Verpflichtung zu Anfänger- oder sonstigen Kursvorlesungen eingeschränkt waren) wurden über die ohnehin angebotenen Spezialvorlesungen auch speziell auf das Graduiertenkolleg zugeschnittene Themen behandelt. Es folgt die Liste der im Berichtszeitraum für das Graduiertenkolleg angebotenen Vorlesungen:

WS 1996/97:

- Numerik partieller Differentialgleichungen (mit Übungen), (Hoppe)
- Theorie und Anwendung der Maxwell'schen Gleichungen (Hiptmair)
- Methoden der Gebietszerlegung (Wohlmuth)
- Einführung in die dynamischen Systeme (Colonius)
- Mathematische Modellierung und numerische Simulation in der Mikroelektronik (Prof. Gilg, Gast)
- Transporttheorie (mit Übungen), (Hänggi)
- Einführung in die nichtlineare Dynamik (Linz)

SS 1997:

- Partielle Differentialgleichungen I (mit Übungen) (Maier-Paape)
- Dynamische Systeme (Colonius)
- Elliptische und parabolische Systeme partieller Differentialgleichungen (mit Übungen), (Prof. Kacur, Gast)
- Numerische Methoden der stochastischen Optimierung (mit Übungen), (Hoppe)
- Isoparametrische Untermannigfaltigkeiten (Heintze)
- Geometrische Analysis (Lohkamp)
- Nichtlineare Transportgleichungen (Linz)
- Random Phenomena in Nature (mit Übungen) (Prof. Luczka, Gast)
- Integrierte Quantenmodelle in einer Dimension I (Gade)

WS 1997/98

- Partielle Differentialgleichungen II (mit Übungen) (Maier-Paape)
- Einführung in stochastische Differentialgleichungen (Blömker)
- Variationsrechnung im Großen (Eschenburg)
- Hyperbolische Gruppen (Heber)
- Topologie I (mit Übungen), (Lohkamp)
- Transporttheorie (mit Übungen), (Hänggi)
- Kontinuumsmechanik (Linz)
- Physik ungeordneter Systeme (Ziegler)
- Integrierte Quantenmodelle in einer Dimension II (Gade)

SS 1998:

- Partielle Differentialgleichungen III (Maier-Paape)
- Stochastische partielle Differentialgleichungen (Blömker)
- Variationsrechnung (mit Übungen) (Kielhöfer)
- Chaos und Fraktale (mit Übungen), (Aulbach)
- A posteriori error analysis of partial differential equations (mit Übungen), (Hoppe)

- Sparse grids (Hiptmair)
- Liegruppen und Darstellungstheorie (Eschenburg)
- Wave Equations and Solitons (Prof. Palais, Gast)
- Integrable Systems and Loop Algebras (Prof. Terng, Gast)
- Symplektische Geometrie (Heber)
- Topologie II (mit Übungen), (Lohkamp)
- Strukturbildung im Nichtgleichgewicht (Linz)
- Integrable Modelle und ungeordnete Systeme (Eckern/Gade)

4.3 Seminare und Arbeitsgemeinschaften

Über die üblichen Ober-, Diplomanden- und Mitarbeiterseminare hinaus wurden die folgenden, speziell auf das Graduiertenkolleg zugeschnittenen Seminare bzw. Arbeitsgemeinschaften abgehalten:

WS 1996/97:

- Dynamische Systeme (Colonius)
- Partielle Differentialgleichungen (Kielhöfer/Maier-Paape)
- Molekulare Dynamik (Hoppe)

SS 1997:

- Gebietszerlegungsmethoden auf nichtkonformen Gittern (Hoppe)
- Modellierung und Simulation von Schadstofftransport in porösen Medien (Prof. Kacur, Gast)
- Relativitätstheorie (Heintze/Heber)
- Spektralgeometrie (Lohkamp/Dessai)

WS 1997/98

- Pfadintegration in der Quantenmechanik (Hänggi)
- Der Starrheitssatz von Besson-Courtois-Gallot (Eschenburg/Heintze/Lohkamp)
- Integrable Systeme, (Heintze/Heber)
- Geometrische Starrheitssätze (Lohkamp)
- Knotentheorie (Lohkamp/Dessai)

SS 1998:

- Strömungsmechanik (Kielhöfer/Lohkamp)
- Geometrische Quantisierung (Heintze, Heber)
- Charakteristische Klassen (Lohkamp/Dessai)

4.4 Klausurtagung auf Schloß Reisenburg

Am 9. und 10. Juli 1998 fand auf Schloß Reisenburg eine Klausurtagung des Graduiertenkollegs statt, an der alle Mitglieder und Stipendiaten sowie die meisten der Kollegiaten teilnahmen. Zweck dieser Veranstaltung war, die am Kolleg beteiligten Hochschullehrer und Nachwuchswissenschaftler über einen längeren Zeitraum an einen Tisch zu bringen, um den aktuellen Stand der in Arbeit befindlichen Promotions- und Forschungsprojekte zu diskutieren und die weitere Zusammenarbeit zwischen den verschiedenen Arbeitsgruppen aus Mathematik und Physik zu koordinieren. Das Programm bestand aus 14 halbstündigen Vorträgen und 2 Diskussionsrunden.

Über den intensiven fachlichen Informationsaustausch hinaus bot diese Zusammenkunft fernab von der alltäglichen Institutsarbeit auch die Möglichkeit, die persönlichen Beziehungen der am Kolleg beteiligten Personen untereinander zu pflegen, was für eine gedeihliche Zusammenarbeit bekanntlich von erheblicher Bedeutung ist.

5 Interne Erfolgskontrolle des Kollegs

Die erste Hürde beim Eintritt ins Graduiertenkolleg bestand aus einem Vorstellungsvortrag, dem sich ein Gespräch mit mehreren dem Kolleg angehörenden Hochschullehrern anschloß. Dabei kamen insbesondere die Vorstellungen des Bewerbers zur Sprache, die seine Einbindung ins Graduiertenkolleg und seine Kooperationsbereitschaft betrafen. Nach Aufnahme ins Kolleg hatte jeder Doktorand regelmäßig seinem Betreuer über den Fortgang des Promotionsvorhabens zu berichten. Darüberhinaus war er verpflichtet, turnusmäßig im Graduiertenkolloquium einen Vortrag über den aktuellen Stand seiner Arbeiten zu halten. Im Umfeld dieser Veranstaltung fand im übrigen auch der gedankliche Austausch mit den anderen Doktoranden und Postdoktoranden des Graduiertenkollegs statt, was bei jedem Einzelnen sowohl zu einer Art Selbstkontrolle als auch zur Bewertung durch die Anderen führte. Im Berichtszeitraum fand zudem eine zweitägige Klausurtagung statt, bei der jeder Stipendiat einen Vortrag halten und in der anschließenden Diskussion allen dem Kolleg angehörenden Hochschullehrern, Stipendiaten und Kollegiaten Rede und Antwort stehen mußte.

Insgesamt ist festzustellen, daß das Graduiertenkolleg – anders als die traditionelle Art des Promovierens – eine Reihe von Mechanismen beinhaltet, die eine Straffung des Promotionsstudiums erwarten lassen.

6 Gastwissenschaftlerprogramm

In den zurückliegenden zwei Jahren der ersten Phase des Graduiertenkollegs umfaßte das Gastwissenschaftlerprogramm 2 Workshops, eine über 18 Tage verteilte Vortragsreihe ("Augsburger Geometrietage"), 6 Gastvorlesungen und zahlreiche Einzelvorträge und Kurzaufenthalte.

Es folgt die Beschreibung dieser Veranstaltungen im einzelnen.

6.1 Workshop "Nonlinear Problems in Noisy Systems"

In der Zeit vom 29. September bis 2. Oktober 1997 fand der Workshop "Nonlinear Problems in Noisy Systems" statt, in dem neben 8 auswärtigen auch 4 Wissenschaftler des Graduiertenkollegs vortrugen. Die 17 Vorträge hatten verschiedene mathematische und physikalische Aspekte zufälliger dynamischer Systeme zum Thema, insbesondere Multistabilität, rauschinduzierter Transport und stochastische Resonanz.

Das Programm in der Übersicht:

- 29. 9. 1997, Prof. L. Schimansky-Geier, Humboldt Universität Berlin, "Brownian Motion and Structure"
- 29. 9. 1997, Prof. L. Arnold, Universität Bremen, "Introduction to Random Dynamical Systems"
- 29. 9. 1997, Prof. L. Arnold, Universität Bremen, "Stochastic Differential Equations"
- 29. 9. 1997, Prof. P. Talkner, PSI Villingen, Schweiz, "Rates and Mean First Passage Times: Basic Concepts, Simple Models"
- 29. 9. 1997, Prof. W. Kliemann, Iowa State University, "Global Analysis of Diffusion Processes I: Global Analysis and Control Theory"
- 30. 9. 1997, Prof. L. Arnold, Universität Bremen, "Stochastic Bifurcation Theory"
- 30. 9. 1997, Prof. L. Schimansky-Geier, Humboldt Universität Berlin, "Noise in Nonlinear Mechanical Systems"
- 30. 9. 1997, Prof. W. Kliemann, Iowa State University, "Global Analysis of Diffusion Processes II: Global Analysis and Bifurcation Behavior"
- 30. 9. 1997, Prof. J. Luczka, Silesian University Katowice, Polen, "Diffusion of Randomly Growing Fractal Clusters"
- 30. 9. 1997, Prof. B. Aulbach, Universität Augsburg, "The Role of Invariance in the Theory of Nonautonomous Difference Equations"
- 1. 10. 1997, Prof. P. Talkner, PSI Villingen, Schweiz, "Thermally Activated Rates: Deviations from Asymptotic Results"
- 1. 10. 1997, Prof. G. Schüller, Universität Innsbruck, "On Weight-Controlled Simulation Methods in Stochastic Mechanics"
- 1. 10. 1997, Dr. L. Grüne, Universität Augsburg, "Numerical Computations of Lyapunov-Exponents via Optimal Control Methods"
- 1. 10. 1997, Dr. R. Bartussek, Universität Augsburg, "Theory and Experiments for Brownian Motors"
- 1. 10. 1997, Prof. F.W. Schneider, Universität Würzburg, "Stochastic Resonance in Chemistry"
- 2. 10. 1997, Prof. A. Kittel, University of California, Berkeley, "Stochastic Resonance in Experiments"
- 2. 10. 1997, Dr. P. Reimann, Universität Augsburg, "Self-Similar Markov-Models for Transport in Noisy Hamiltonian Systems"

6.2 Workshop "Geometry and Analysis"

Am 3. und 4. Juli 1998 fand der Workshop "Geometry and Analysis" statt, der in engem Zusammenhang mit den Gastvorlesungen von R. Palais und C.-L. Terng stand. Das Hauptthema bildeten integrable Hamiltonsche Systeme. Darüber hinaus wurde über neue Entwicklungen in den Bereichen positive Krümmung und Holonomie informiert.

Die Vortragsthemen im einzelnen:

- 3. 7. 98, Prof. R. Palais, Brandeis University, "Theory and Numerics of Soliton Equations"
- 3. 7. 98, Prof. W. Ziller, University of Pennsylvania, "Exotic Spheres with Nonnegative Curvature"

- 3. 7. 98, Prof. F. Burstall, University of Bath, "Conformal Geometry, Clifford Algebras and Integrable Systems"
- 3. 7. 98, Prof. Q.-S. Chi, Washington University, "Degenerate Torsionfree G_3 Connections"
- 4. 7. 98, Prof. K. Grove, University of Maryland, "A Tale on Fundamental Groups in Positive Curvature"
- 4. 7. 98, Prof. P. Kobak, Universität Krakow, "Hyperkaehler Metrics on Nilpotent Orbits"
- 4. 7. 98, Prof. C.-L. Terng, Northeastern University, "Schroedinger Flows on Hermitian Symmetric Spaces"

6.3 „Augsburger Geometrietage“

In der Zeit vom 1. bis 17. Dezember 1997 fanden die "Augsburger Geometrietage" statt. Diese Veranstaltung hatte zum Ziel, einen breiteren Kreis von Hörern über neuere Entwicklungen im Spannungsfeld zwischen Geometrie, Analysis und Topologie zu informieren. Im Zentrum standen die drei mehrteiligen Vortragsreihen von U. Semmelmann (Spin-Geometrie), A. Deitmar (Lefschetz'sche Fixpunktformeln) und F. Burstall (Schleifengruppen und integrable Systeme).

Die Vortragsthemen in der Übersicht:

- 1. 12. 97, Dr. U. Semmelmann, MPI Bonn, "An Introduction to Dirac Operators and Spin Geometry I"
- 2. 12. 97, Dr. U. Semmelmann, MPI Bonn, "An Introduction to Dirac Operators and Spin Geometry II"
- 2. 12. 97, Prof. W. Ballmann, Bonn, "Spaces of Nonpositive Curvature: Rigidity and Related Questions"
- 3. 12. 97, Dr. U. Semmelmann, MPI Bonn, "An Introduction to Dirac Operators and Spin Geometry III"
- 3. 12. 97, Dr. P. Ghanaat, Karlsruhe, "On Discrete Groups and Repere Bundles"
- 4. 12. 97, Dr. T. Schick, Münster, "Positive Scalar Curvature, Index and Minimal Surfaces (A Counterexample to the Gromov-Lawson-Rosenberg Conjecture)"
- 4. 12. 97, Dr. T. Püttmann, Bochum, "Pinching Constants in Positive Curvature"
- 8. 12. 97, Dr. I. Galvez, Barcelona, "On the Witten Genus of Projective Spaces and Milnor Manifolds"
- 8. 12. 97, Dr. D. Wraith, Dublin, "Exotic Spheres with Positive Ricci Curvature"
- 10. 12. 97, Prof. G. Huisken, Tübingen, "Penrose Inequalities in General Relativity"
- 10. 12. 97, B. Wilking, Münster, "Fundamental Groups of Manifolds of Nonnegative Curvature"
- 11.12. 97, Prof. I. Taimanov, Novosibirsk, "The Weierstrass Representation of Surfaces in R^3 "
- 15.-17. 12. 97, Dr. A. Deitmar, Heidelberg, "Lefschetz Fixed Point Formulas and Zeta Functions for Flows I, II, III"

6.4 Gastvorlesungen

6.1.1 Im Wintersemester 1996/97 hielt Herr Professor Albert Gilg (Siemens AG, Abt. ZT, München) im Rahmen eines Lehrauftrags eine Vorlesung zum Thema "Mathematische Modellierung und numerische Simulation in der Mikroelektronik". Mit Herrn Prof. Gilg und seinen

Mitarbeitern bei der Fa. Siemens AG bestehen Kooperationen der Arbeitsgruppe 3 (Hoppe) im Bereich der Modellierung und Simulation mikroelektronischer Bauteile und Systeme.

6.1.2 Im Sommersemester 1997 nahm Herr Professor Jozef Kacur (Comenius Universität Bratislava) eine von der Universität Augsburg finanzierte Gastdozentur am Institut für Mathematik wahr und bot im Rahmen des Graduiertenkollegs eine Vorlesung zum Thema "Elliptische und parabolische Systeme partieller Differentialgleichungen" (mit Übungen) sowie ein Seminar über "Modellierung und Simulation von Schadstofftransport in porösen Medien" an. Mit der Arbeitsgruppe 3 (Hoppe) arbeitete er während seines dreimonatigen Aufenthalts vorrangig an Fragestellungen im Zusammenhang mit der Simulation von Strömungs- und Transportprozessen in porösen Medien.

6.1.3 Von Mai bis Juli 1997 besuchte Professor Jerzy Luczka (Silesian University Katowice) im Rahmen einer von der Universität Augsburg finanzierten Gastprofessur die Arbeitsgruppe 4 (Hänggi/Linz). Während dieser Zeit bot er im Rahmen des Graduiertenkolleg die Vorlesung "Random Phenomena in Nature" an und beteiligte sich in vielfältiger Weise als Diskussions- und Kollaborationspartner an Problemstellungen der statistischen Physik.

6.1.4 Im Juli und August 1997 war Professor Sang-Wu Joo (Yeungman University, Süd-Korea) im Rahmen eines von KOSEF/DFG finanzierten Wissenschaftler-Austauschprogramms Gast der Arbeitsgruppe 4 (Hänggi/Linz), um eine Zusammenarbeit auf dem Gebiet der Kontinuumsmodelle granularer Dynamik zu starten. Im Rahmen des Graduiertenkollegs hielt er die Vortragsreihe "On interfacial instabilities in viscous thin film flows" zur analytischen und numerischen Lösung nichtlinearer Feldgleichungen.

6.1.5 Im Sommersemester 1998 hielt Herr Professor R. Palais (Brandeis University, USA) die Vorlesung "Wave Equations and Solitons". In dieser Vorlesung wurden einige der grundlegenden Konzepte und Techniken einer Theorie entwickelt, die für gewisse nichtlineare Wellengleichungen einige äußerst interessante und unerwartete Phänomene aufzeigt, und die für die reine und angewandte Mathematik sowie für die mathematische Physik von großer Bedeutung sind, nämlich die Existenz von langlebigen formstabilen Lösungen, sogenannten Solitonen.

6.1.6 In engem Zusammenhang mit der Gastvorlesung von Professor Palais stand die ebenfalls im Sommersemester 1998 von Frau Professor C.-L. Terng (Northeastern University, USA) angebotene Vorlesung "Integrable Systems and Loop Algebras". Hierbei wurde dasselbe Phänomen von der geometrischen und algebraischen Seite betrachtet: Die Existenz von Solitonen wurde zurückgeführt auf die Konstruktion von integrablen Hamiltonschen Flüssen auf coadjungierten Bahnen in gewissen unendlich-dimensionalen Liealgebren (Satz von Adler-Kostant-Symes).

6.5 Gastvorträge und Kurzaufenthalte

Seit Beginn der Arbeit des Graduiertenkollegs am 1. Oktober 1996 wurden folgende Vorträge angeboten:

- 4. 10. 1996, Prof. Dr. Yuri Kuznetsov, Russian Academy of Sciences, Moscow, "Overlapping Domain Decomposition methods on nonmatching grids"
- 8.-10. 10. 1996, Prof. Dr. P. Fitzpatrick, University of Maryland, USA, "Topological Degree for Nonlinear Fredholm Maps"
- 14. 10. 1996, Prof. Dr. Ulrich Langer, Joh. Kepler Universität Linz, "FEM/BEM-Kopplung in der numerischen Magnetfeldbeschreibung"
- 7. 11. 1996, Prof. Dr. Martin Bier, University of Chicago, "Ratchets and Biology"
- 12. 11. 1996, Dr. Andreas Rieder, Universität Saarbrücken, "Einbettungsmethoden für elliptische Probleme 2.Ordnung in beliebigen Raumdimensionen"

- 14. 11. 1996, Prof. Dr. M. Sigrist, ETH Zürich, "Thermodynamische Eigenschaften von Spinketten mit ungeordneter Spinwechselwirkung"
- 19. 11. 1996, Dr. Anton Arnold, Techn. Universität Berlin, "Wigner-Poisson und von Neumann-Poisson Systeme für die Modellierung von Quanten-Halbleitern"
- 20. 11. 1996, Dr. Svetozara Petrova, Bulgarian Academy of Sciences, Sofia, "Nonconforming streamline-diffusion finite element methods for convection-diffusion problems"
- 21. 11. 1996, PD. Dr. R. Lauterbach, WIAS, Berlin, "Dynamik und Symmetrie – zwischen Ordnung und Chaos"
- 27. 11. 1996, Prof. Dr. Gunnar Aronsson, Universitetet i Linköping, Sweden, "Mathematical modeling and numerical simulation of injection and compression molding"
- 1.–9. 12. 1996, Prof. Dr. M. Zelikin, Lomonosov Moscow State University, "Theory of Chattering Control with Applications to Astronautics, Robotics, Economics and Engineering"
- 2.–6. 12. 1996, Prof. Dr. Panayot Vassilevski, Bulgarian Academy of Sciences, Sofia, "Stable wavelet-like hierarchical bases for finite element spaces"
- 3. 12. 1996, Dr. Hans-Joachim Bungartz, Techn. Universität München, "Modulare gekoppelte Simulation und deren Anwendung in der Mikrosystemtechnik"
- 13. 1. 1997, Prof. Dr. J. Wess, LMU München, "Quantenmechanische Modelle in nichtkommutativen Räumen"
- 14. 1. 1997, Prof. Dr. Rob de Boer, University of Utrecht, The Netherlands, "Mathematical models of T-cell auto-immunity"
- 28. 1. 1997, Prof. Dr. Lothar Gaul, Universität Stuttgart, "Boundary element methods in time- and frequency-domain"
- 3. 2. 1997, Prof. Dr. Miroslav Feistauer, Charles University Prague, "The coupling of the interior incompressible Navier-Stokes problem with the Stokes problem of potential exterior flow"
- 3. 2. 1997, M. Kschischo, Humboldt-Universität Berlin, "Teilchentransport durch Flashing Ratchets"
- 3.–25. 2. 1997, Dr. Peter Jung, Georgia Inst. of Technology, Atlanta, USA, "Detektion von stark verrauschten Signalen mit Hilfe der Stochastischen Resonanz" und "Fluktuationen und Strukturbildung: Von Sandhaufen und Gehirnwellen"
- 4. 2. 1997, Prof. Dr. Ralf Kornhuber, Universität Stuttgart, "Über schnelle Löser für Kontaktprobleme mit Reibung"
- 11. 2. 1997, Prof. Dr. Rolf Stenberg, Universität Innsbruck, "On some techniques for approximating boundary and interface conditions in the finite element method"
- 17. 2. 1997, B. Thomaschewski, Universität Würzburg, "Die Vermutung von Smale"
- 17.–18. 2. 1997, Ch. Klein, Universität Tübingen, "Algebro-geometrischer Zugang zu nichtlinearen integrierbaren Differentialgleichungen am Beispiel der Ernst-Gleichung" und "Die Ernst-Gleichung in der Allgemeinen Relativitätstheorie"
- 26. 2. 1997, Prof. Dr. Alexander Koshchev, St.Petersburg State University, Russia, "About regular solutions of the Navier-Stokes system"
- 3. 3. 1997, H. Schrödl, Langerringen, "Klassifikation der Enden von Minimalflächen"
- 12.–16. 3. 1997, Prof. Dr. Z.-Q. Wang, Utah State University, USA, "Ljusternik Schnirelman theory and simple application to elliptic BVPs"

- 1. 5.–30. 6. 1997, H. J. Rivertz, Universität Oslo, "Obstructions to isometric immersions"
- 6. 5. 1997, Prof. L. A. B. San Martin, Universidade Campinas, Brasilien, "Chain control sets in semisimple Lie groups"
- 13. 5. 1997, Prof. Dr. P. Schupp, LMU München, "Hubbard Models with Superconducting Quantum Symmetry"
- 16. 5. 1997, Dr. Gerhard Stock, Universität Freiburg, "Semiklassische Modellstudien zur ultraschnellen dissipativen Moleküldynamik auf gekoppelten Potentialflächen"
- 23. 5. 1997, Prof. Dr. R. Sperb, ETH Zürich, "Optimale Oberlösungen bei semilinearen elliptischen Problemen"
- 3. 6. 1997, Prof. E. Scholz, Universität Wuppertal, "H. Weyl's 'reine Infinitesimalgeometrie' zwischen Kontinuumsbegriff und feldtheoretischer Materieerklärung"
- 16.–22. 6. 1997, Prof. V. Miquel, Universität Valencia, Spanien, "Tubes and Volumes"
- 16.–27. 6. 1997, Prof. M. Min-Oo, Mac Master University, Hamilton, Kanada, "Starrheitssätze in der Riemannschen Geometrie"
- 20. 6. 1997, Dr. Steffen Frischat, MPI für Kernphysik, Heidelberg, "Chaos-Assisted Tunneling: Why tunneling rates are sensitive to phase space structure"
- 25. 6.–2. 7. 1997, Prof. Dr. T. J. Healey, Cornell University, USA, "Unbounded Solution Branches of Injective Solutions to the Forced Displacement Problem of Nonlinear Elastostatics"
- 26. 6.–6. 7. 1997, Prof. Dr. K. Mischaikow, Georgia Tech, Atlanta, USA, "An Introduction to the Conley Index Theory (I) and (II)"
- 27. 6. 1997, Dr. M. Zorzano, DESY Hamburg, "Fokker-Planck equations in storage rings"
- 3. 7. 1997, Dr. W. Kalies, Florida Atlantic University, USA, "Higher-Order Bistable Systems in One Space-Dimension"
- 3.–11. 7. 1997, Prof. C.S. Aravinda, SPIC Mathematical Institute, Chennai, Indien, "Geometry of knot complements and their surgery groups"
- 7. 7. 1997, Dr. Günther Troll, Humboldt-Universität Berlin, "Einige Aspekte klassischer chaotischer Streuung und ihrer Komplexitätsklassen"
- 8. 7. 1997, Prof. V. Bangert, Universität Freiburg, "Minimale Laminationen – ein Wechselspiel von Variationsrechnung und dynamischen Systemen"
- 10.–11. 7. 1997, Dr. M. Brück, Universität Köln, "Äquifokale Systeme in symmetrischen Räumen vom kompakten Typ"
- 10.–11. 7. 1997, Dr. H. Ewert, Universität Köln, "Äquifokale Untermannigfaltigkeiten in symmetrischen Räumen vom nichtkompakten Typ"
- 14. 7. 1997, F. Wagener, Universität Groningen, Niederlande, "Turbulenzentstehung und quasi-periodische Hopfverzweigungen"
- 21. 7. 1997, Prof. Dr. William G. Litvinov, Academy of Sciences of the Ukraine, Kiew, "Problems of piezoelectricity for plates and shells"
- 21. 7. 1997, Prof. Dr. Dan Tiba, Romanian Academy of Sciences, Bucharest, "On the optimization of beams and shells"
- 22. 7. 1997, Prof. Dr. Juncheng Wei, Chinese University, Hong Kong, "Stationary Solutions of the Cahn-Hilliard equation"
- 22. 7. 1997, Dr. M. Gundlach, Bremen, "Wieviel Zufall findet sich in dynamischen Systemen?"

- 23. 7. 1997, Dr. Evelyn Sander, Georgia Tech, Atlanta, USA, "Transverse homoclinic points without horseshoes: A result for the dynamics on noninvertible maps"
- 28. 7. 1997, Prof. Dr. P. Talkner, Paul Scherrer Institut, Villingen, Schweiz, "Eine saisonale Mastergleichung für die Dynamik von Wetterklassen"
- 30. 7. 1997, Prof. Dr. I. Safi, Saclay, "Conductance of a Quantum Wire"
- 8. 8. 1997, Prof. Dr. Sang W. Joo, Yeungnam University, Sued-Korea "On interfacial instabilities in viscous thin film flows"
- 13. –15. 8. 1997, Dr. Fabian Wirth, Universität Bremen, "Kontrollierbarkeit diskreter nichtlinearer Systeme"
- 26. 9. 1997, Dr. A. Bulsara, Naval Ocean Systems Center, San Diego, USA, "Signal Enhancement in SQUIDs via Stochastic Resonance"
- 6. 10. 1997, Dr. Erkki Heikkola, University of Jyväskylä, Finland, "Domain decomposition methods with nonmatching meshes for 3D acoustic scattering problems"
- 6. 10. 1997, Dr. Alexandre Bessalov, University of Nijmegen, The Netherlands, "Time and memory saving implementation of the BEM for 3D problems"
- 7. 10. 1997, Dr. Jari Toivanen, University of Jyväskylä, Finland, "A parallel fast direct elliptic solver with some applications"
- 27. 10. 1997, Dr. Vicente Cortes, Universität Bonn, "Spingeometrie, Supergeometrie und G-Strukturen"
- 18. 11. 1997, Prof. Dr. J. Appell, Universität Würzburg, "Kann man ein Spektrum für nichtlineare Operatoren definieren?"
- 18. 11. 1997, Dr. G. Albinus, Weierstrass Institut Berlin, "Konvexe Analysis und Simulation von Halbleiterbauelementen"
- 25. 11. 1997, Matthias Kratzer, Techn. Universität Berlin, "Simulation eines elektronegativen RF-Plasmas"
- 25. 11. 1997, Prof. Dr. Peter Rentrop, Techn. Hochschule Darmstadt, "Numerische Probleme in der elektrischen Schaltungssimulation"
- 1. 12. 1997, Prof. Dr. D. Wolf, Universität Duisburg, "Theorie der Molekularstrahlepitaxie"
- 1. 12. 1997, Prof. Dr. Serguei Nepomnyashikh, Russ. Acad. of Sciences, Novosibirsk, "Domain decomposition for elliptic problems with inclusions"
- 2. 12. 1997, Prof. Dr. I. Goychuk, Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, Kiev, Ukraine, "New noise-induced current reversals"
- 2. 12. 1997, Dr. Robert Thalhammer, Techn. Universität München, "Elektrothermische Kopplungen"
- 3. –5. 12. 1997, Dr. Barbara Stoth, Universität Bonn, "Dynamik von Vielphasensystemen – Ein geometrisches Evolutionsmodell mit Triplepunkten"
- 4. 12. 1997, Prof. Dr. Christian Lubich, Universität Tübingen, "Numerische Integration Hamiltonscher Systeme"
- 9. 12. 1997, Prof. Dr. Wolfgang Wendland, Universität Stuttgart, "Über Randintegralgleichungen und Anwendungen"
- 13. 1. 1998, Prof. Dr. Bijan Mohammadi, Univ. Montpellier, France, "A unified formulation for shape optimization and flow control"

- 13.–16. 1. 1998, Prof. Dr. F. Burstall, Bath, England, "Loop Group Approach to Integrable Systems in Geometry I, II, II"
- 3. 2. 1998, Prof. Dr. M. Zirnbauer, Köln, "The Color-Flavor Transformation and its Application to Quantum Chaos, Random Network Models and Lattice Gauge Theory"
- 4. 2. 1998, Prof. Dr. S. Villain-Guillot, MPI PKS Dresden, "On the Angular Momentum Density of a Two-Dimensional Quantum Heisenberg Antiferromagnet"
- 6. 2. 1998, Dr. M. Schreiber, Technische Universität Chemnitz, "Dichtematrixtheorie des Elektronentransfers in molekularen Aggregaten"
- 6.–9. 2. 1998, Prof. Dr. Chris Van den Broeck, Limburgs Universitair, "Mathematical models of T cell Auto-Immunity"
- 10. 2. 1998, Dipl.-Ing. Kurt Maute, Universität Stuttgart, "Topologie-Optimierung"
- 17. 2. 1998, Lic. Andreas Bergwall, Universitetet i Linköping, Sweden, "A geometric evolution problem"
- 20. 2. 1998, Prof. Dr. B. Altshuler, Princeton, "Phase Relaxation of Electrons in Disordered Conductors"
- 23. 2. 1998, H.-G. Mattutis, Universität Stuttgart, "Die Molekulardynamikmethode in der Simulation statischer granularer Medien"
- 25. 2. 1998, Prof. Dr. Epple, Mainz, "Einige Bemerkungen zur Geschichte der Knotentheorie"
- 26. 2. 1998, Prof. Dr. Alexander Mielke, Universität Hannover, "Parabolische Gleichungen auf der reellen Achse und diffuses Mischen"
- 3. 3. 1998, Dr. B. Molina, Universität Cordoba, Argentinien, "Manifolds all of whose flats are closed"
- 3. 3. 1998, Dr. S. Arul Veda Manickam, Indian Inst. of Techn., Bombay, "Higher order methods combined with orthogonal collocation methods for the Rosenau equation"
- 3.–4. 3. 1998, Dr. T. Runst, Universität Jena, "Entartete elliptische Randwertprobleme" und "Allgemeine Lösbarkeit für semilineare elliptische Randwertprobleme"
- 19. 3. 1998, Prof. W. Kliemann, Iowa State University, "Global nonlinear control"
- 23. 4. 1998, Prof. Dr. Raytcho Lazarov, Texas A& M University, College Station, "Least-squares methods for elliptic problems"
- 27. 4. 1998, Prof. Dr. A. Zvyagin, Köln, "Exact Solutions for Quantum Multichain Spin Models"
- 12. 5. 1998, Dr. Claus Hillermeier, Siemens AG, Abt. ZT, München, "Stochastische Differentialgleichungen: Grundlagen, Numerik, Anwendungen"
- 14. 5. 1998, Dr. H. Linke, Lund University, Schweden, "Linearer und nichtlinearer Transport durch dreieckförmige Elektronenbilliarde"
- 19. 5. 1998, Prof. Dr. Kotschick, München, "Einstein Metriken und Topologie"
- 27. 5. 1998, T. Zeitlhöfler, München, "Teichmüller-Theorie auf punktierten Riemannschen Flächen"
- 6.–9. 6. 1998, Prof. P. Eberlein, University of North Carolina, Chapel Hill, USA, "Representations and nonpositively curved solvmanifolds"
- 8.–9. 6. 1998, Dr. S. Leukert, Berlin, "Homogeneous spaces of nonpositive curvature and representation theory"

- 10. 6. 1998, Prof. Dr. R. Bhatt, Princeton, "Study of Quantum Hall Transitions using Topological Quantum Numbers"
- 16. 6. 1998, Prof. Dr. A. Klümper, Köln, "Correlated one-dimensional electron systems: Luttinger liquid properties and deviations at finite temperature"
- 16. 6. 1998, Prof. Dr. T. J. Healey, Cornell University, USA, "Nonlinear Problems of Elasticity"
- 25. 6. 1998, Dr. J. R. Anglin, Universität Innsbruck, "Deconstructing decoherence"
- 30. 6. 1998, Dr.-Ing. Ludger Klinkenbusch, Ruhr-Universität Bochum, "Darstellung und Berechnung elektromagnetischer Felder mit Methoden der sphärischen Multipolanalyse"
- 1. 7. 1998, Dr. Nasser Sweilam, Cairo-University, Egypt, "Numerical simulation of the optimal control evolution dam problem"
- 1. 7. 1998, Prof. Dr. D. Braak, Princeton, "Gebundene Zustände im eindimensionalen Hubbard Modell"
- 1. –8. 7. 1998, Prof. P. Kobak, Universität Krakow, Polen, "Hyperkaehler Metrics on Nilpotent Orbits"
- 2. –5. 7. 1998, Prof. Q.-S. Chi, Washington University, St. Louis, USA, "Degenerate Torsionfree G_3 Connections"
- 2. –5. 7. 1998, Prof. F. Burstall, University of Bath, England, "Conformal Geometry, Clifford Algebras and Integrable Systems"
- 3. 7. 1998, Prof. R. Palais, Brandeis University, USA, "Theory and Numerics of Soliton Equations"
- 3. 7. 1998, Prof. Dr. N. Andrei, Rutgers, "The Multichannel Kondo Model, non Fermi Liquid Behavior and Quantum Groups"
- 3. –4. 7. 1998, Prof. W. Ziller, University of Pennsylvania, USA, "Exotic Spheres with Nonnegative Curvature"
- 3. –4. 7. 1998, Prof. K. Grove, University of Maryland, USA, "A Tale on Fundamental Groups in Positive Curvature"
- 18. 5. 1998, L. Callenbach, Universität Oldenburg, "Wasserstoff in elliptisch polarisierten Mikrowellenfeldern"
- 29. –30. 6. 1998, Dr. J. Eggers, Universität Essen, "Tropfenbildung"
- 4. 7. 1998, Prof. C.-L. Terng, Northeastern University, USA, "Schroedinger Flows on Hermitian Symmetric Spaces"
- 7. 7. 1998, Prof. Dr. W. Apel, PTB Braunschweig, "Effektive Wirkung von Quanten-Hall Ferromagneten und Skyrmion-Lösungen"
- 7. 7. 1998, Dr. George Mazurkevich, Universität Stuttgart, "Domain decomposition approach for strongly anisotropic problems"
- 8. 7. 1998, Dr. A. Constantin, Universität Zürich, "Some aspects of a new shallow water equation"
- 13.-14. 7. 1998, Prof. F. Allgöwer, ETH Zürich, "Model predictive control"
- 14. 7. 1998, Prof. Dr. D. Baeriswyl, Fribourg, "Optische Absorption in niedrigdimensionalen Vielelektronensystemen"
- 13. 8. 1998, Dipl.-Math. Torsten Butz, Techn. Universität München, "Modellbildung und Simulation von Schwingungsdämpfern mit rheologischen Flüssigkeiten"

7 Zwischenbilanz

Bereits zwei Jahre nach Beginn dieses Graduiertenkollegs liegen – wie dieser Bericht belegt – genügend Erkenntnisse vor, die es erlauben, eine fundierte Zwischenbilanz zu ziehen.

Zunächst fällt auf, daß in diesem Bericht von zahlreichen Kooperationen, und zwar sowohl innerhalb des Graduiertenkollegs als auch mit auswärtigen Forschungseinrichtungen, die Rede ist. Hierzu ist klar festzustellen, daß die weitaus meisten dieser Kooperationen, insbesondere alle disziplinübergreifenden, ohne die Einrichtung des Graduiertenkollegs nicht zustande gekommen wären. Aber auch über die Initiierung dieser Kooperationen hinaus hat das Graduiertenkolleg bereits seine langfristige Wirkung entfaltet, indem es nämlich ein auf Dauer angelegtes Umfeld geschaffen hat, das ein effizientes Zusammenwirken anderweitig getrennter Ausbildungs- und Forschungskapazitäten ermöglicht. Diesem Synergieeffekt ist es zu verdanken, daß es schon in bemerkenswert kurzer Zeit zu konkreten Ergebnissen gekommen ist. Insbesondere ist es bereits mehrmals gelungen, die auf unterschiedlichen Denk-, Sprech- und Arbeitsweisen beruhenden typischen Barrieren zwischen Mathematikern und theoretischen Physikern zu überwinden. In diesem Zusammenhang sind – wie aus obigem Bericht ersichtlich ist – bereits zwei aus dem interdisziplinären Dialog hervorgegangene Promotionsvorhaben und eine Reihe konkreter Forschungsergebnisse zu vermelden.

Wenngleich solche kurzfristigen Erfolge nicht in allen Fällen zu verzeichnen sind, und bei realistischer Einschätzung der Gegebenheiten auch nicht zu erwarten waren, so ist doch festzustellen, daß zahlreiche neue Kontakte geknüpft und bereits bestehende intensiviert wurden. In jedem Falle wurde dabei erkannt, daß sich die unterschiedlichen Sicht- und Arbeitsweisen der am Kolleg beteiligten Fachgebiete Analysis, Numerik, Geometrie und Physik in einer Weise wechselseitig stimulieren können, wie dies nur in einem größeren Forschungszusammenhang möglich ist. Auf der Basis der (dank dem Graduiertenkolleg) derzeit bestehenden Möglichkeiten finanzieller, personeller und organisatorischer Art ist daher in der Gruppe der beteiligten Wissenschaftler eine gewisse Aufbruchsstimmung zu verspüren, die ihren Niederschlag nicht zuletzt in den detaillierten Ausführungen des Fortsetzungsantrags (Teil A, Seiten 1 bis 45) findet.

Neben den Auswirkungen des Graduiertenkollegs auf die inneruniversitäre Arbeit verdient auch die Wechselwirkung mit der „Außenwelt“ Erwähnung. Nicht zuletzt dem Graduiertenkolleg ist es zu verdanken, daß die Augsburger Aktivitäten im Bereich der „Nichtlinearen Probleme in Analysis, Geometrie und Physik“ (ca. 150 Publikationen zu diesem Themenkreis im zweijährigen Berichtszeitraum) in der nationalen und internationalen Forschungslandschaft noch mehr als bisher wahrgenommen werden. Umgekehrt erhält die Augsburger Gruppe im Rahmen des umfangreichen Gastwissenschaftlerprogramms die Möglichkeit, auswärtige Kompetenz in einem Maße nach Augsburg zu holen, das weit über die sonstigen Möglichkeiten reicht. Nicht zu vergessen sind in diesem Zusammenhang natürlich auch die neuen Impulse, die der von auswärtigen Universitäten ins Graduiertenkolleg aufgenommene wissenschaftliche Nachwuchs mit sich bringt.

Zusammenfassend sei abschließend festgestellt, daß das seit zwei Jahren bestehende Graduiertenkolleg „Nichtlineare Probleme in Analysis, Geometrie und Physik“ nachweislich zu einer Intensivierung und Verbesserung der fachübergreifenden Ausbildungs- und Forschungsaktivitäten geführt hat, und daß dadurch die angestrebte Förderung des wissenschaftlichen Nachwuchses gelungen ist. Aus Sicht aller Beteiligten fällt daher die Zwischenbilanz über die bisherige Arbeit sehr positiv aus, und es besteht der Wunsch, das Graduiertenkolleg – von marginalen Änderungen abgesehen – in der bisherigen Form fortzuführen.