5. *Bemerkung zu der Arbeit von D. Mirimanoff „Über die Grundgleichungen . . .“; von A. Einstein.*

1. Das in dieser Arbeit[1]) angegebene System von Differentialgleichungen und Transformationsgleichungen unterscheidet sich von dem Minkowskis in keiner Weise bzw. *nur* dadurch, daß derjenige Vektor, welcher gewöhnlich mit $\mathfrak{H}$ bezeichnet wird (magnetische Kraft), vom Verfasser mit

$$\mathfrak{Q} = \mathfrak{H} - \frac{1}{c}[\mathfrak{P}\,\mathfrak{w}]$$

bezeichnet wurde.

Differentialgleichung (I) ist nämlich bei Einführung von $\mathfrak{Q}$, wie der Verfasser selbst zeigt, identisch mit der betreffenden Gleichung Minkowskis, während die übrigen drei Differentialgleichungen $\mathfrak{H}$ nicht enthalten und bereits die Form der entsprechenden Gleichungen Minkowskis haben. Der Verfasser sagt auch selbst, daß sich seine Vektoren $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{Q}$, $\mathfrak{B}$ transformieren, wie die gewöhnlich mit $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{B}$ bezeichneten Vektoren.

2. Auch die Beziehungen zwischen den Vektoren, welche Materialkonstanten (ε, μ und σ) enthalten, unterscheiden sich nicht von den entsprechenden Minkowskis. Der Verfasser geht nämlich davon aus, daß für ein relativ zu dem betrachteten Systempunkt momentan ruhendes Koordinatensystem die Gleichungen

$$\mathfrak{D} = \varepsilon\,\mathfrak{E}, \quad \mathfrak{H} = \frac{1}{\mu}\mathfrak{B}, \quad \mathfrak{J} = \sigma\,\mathfrak{E}$$

gelten sollen; bedenkt man nun, daß der Vektor $\mathfrak{H}$ (des Verfassers) für $\mathfrak{w} = 0$ mit dem Vektor $\mathfrak{Q}$ identisch ist, und daß $\mathfrak{Q}$ in den Differentialgleichungen des Verfassers und in dessen Transformationsgleichungen genau dieselbe Rolle spielt, wie $\mathfrak{m}$ in Minkowskis Gleichungen (gewöhnlich mit $\mathfrak{H}$ bezeichnet),

1) D. Mirimanoff, Ann. d. Phys. 28. p. 192. 1909.

so ersieht man, daß auch diese Gleichungen mit den entsprechenden Minkowskis übereinstimmen, bis auf den Umstand, daß die Bezeichnung $\mathfrak{H}$ durch die Bezeichnung $\mathfrak{Q}$ ersetzt ist.

3. Es ist also gezeigt, daß die Größe $\mathfrak{Q}$ Mirimanoffs in dessen sämtlichen Gleichungen dieselbe Rolle spielt wie diejenige Größe, welche man gewöhnlich mit $\mathfrak{H}$ bezeichnet und „magnetische Kraft“ oder „magnetische Feldstärke“ nennt. Trotzdem hätten die Gleichungen Mirimanoffs einen anderen Inhalt als die Gleichungen Minkowskis, wenn die Größe $\mathfrak{Q}$ Mirimanoffs definitionsgemäß eine andere physikalische Bedeutung hätte als die gewöhnlich mit $\mathfrak{H}$ bezeichnete Größe.

Um hierüber ein Urteil zu gewinnen, fragen wir uns zunächst, was in den Minkowskischen Gleichungen

$$\text{(A)} \qquad \left\{\begin{aligned} &\operatorname{curl}\mathfrak{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} + \mathfrak{i}, \\ &\operatorname{curl}\mathfrak{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}, \\ &\operatorname{div}\mathfrak{D} = \varrho, \\ &\operatorname{div}\mathfrak{B} = 0 \end{aligned}\right.$$

die Vektoren $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{B}$ für eine Bedeutung haben. Man muß zugeben, daß diese Vektoren für den Fall, daß die Geschwindigkeit $\mathfrak{w}$ der Materie von Null abweicht, bisher nicht eigens definiert worden sind; Definitionen, auf welchen (ideale) Messungen dieser Größen basiert werden könnten, besitzen wir nur für den Fall, daß $\mathfrak{w}$ verschwindet, und zwar denke ich an jene Definitionen, welche aus der Elektrodynamik ruhender Körper wohlbekannt sind. Wenn daher unter Benutzung der Minkowskischen Gleichungen gefunden ist, daß in einem bestimmten, mit der Geschwindigkeit $\mathfrak{w}$ bewegten Volumelement des Körpers die Feldvektoren zu einer gewissen Zeit die bestimmten (Vektor-)Werte $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{B}$ haben, so müssen wir diese Feldvektoren erst auf ein mit Bezug auf das betreffende Volumelement ruhendes Bezugssystem transformieren. Die so erhaltenen Vektoren $\mathfrak{E}'$, $\mathfrak{D}'$, $\mathfrak{H}'$, $\mathfrak{B}'$ haben erst eine bestimmte physikalische Bedeutung, die aus der Elektrodynamik ruhender Körper bekannt ist.

Die Minkowskischen Differentialgleichungen sagen also für Punkte, in denen $\mathfrak{w} \neq 0$ ist, für sich allein noch gar nichts aus, wohl aber die Minkowskischen Differentialgleichungen zusammen mit den Minkowskischen Transformationsgleichungen und mit der Bestimmung, daß für den Fall $\mathfrak{w}=0$ die Definitionen der Elektrodynamik ruhender Körper für die Feldvektoren gelten sollen.

Wir haben nun zu fragen: Ist der Vektor $\mathfrak{Q}$ Mirimanoffs in anderer Weise definiert als der von uns soeben mit $\mathfrak{H}$ bezeichnete Vektor? Dies ist nicht der Fall, und zwar aus folgenden Gründen:

1. Für die Feldvektoren $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{Q}$, $\mathfrak{B}$ Mirimanoffs gelten dieselben Differentialgleichungen und Transformationsgleichungen wie für die Vektoren $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{B}$ der Minkowskischen Gleichungen (A).

2. Sowohl Mirimanoffs Vektor $\mathfrak{Q}$ als auch der Vektor $\mathfrak{H}$ von (A) sind nur für den Fall $\mathfrak{w} = 0$ definiert. In diesem Falle ist aber wegen Mirimanoffs Gleichung

$$\mathfrak{Q} = \mathfrak{H} - \frac{1}{c}[\mathfrak{P}\,\mathfrak{w}]$$

$\mathfrak{Q} = \mathfrak{H} =$ Feldstärke zu setzen; für den Vektor $\mathfrak{H}$ der Gleichungen (A) gilt genau in gleicher Weise, daß er im Falle $\mathfrak{w}=0$ mit der Feldstärke im Sinne der Elektrodynamik ruhender Körper gleichbedeutend ist.

Aus diesen beiden Argumenten folgt, daß der Vektor $\mathfrak{Q}$ Mirimanoffs und der Vektor $\mathfrak{H}$ von (A) durchaus gleichwertig sind.

4. Um seine Resultate bezüglich der Wilsonschen Anordnung mit den von Hrn. Laub und mir erhaltenen zu vergleichen, hätte der Verfasser die Betrachtung so weit durchführen müssen, daß er zu Beziehungen zwischen definierten, d. h. wenigstens prinzipiell der Erfahrung zugänglichen Größen gelangt wäre. Er hätte zu diesem Zwecke nur die seinem Gleichungssystem entsprechenden Grenzbedingungen anzuwenden gehabt. Nach dem Vorigen hätte er so zu genau denselben Folgerungen gelangen müssen wie wir, da seine Theorie mit der von Minkowski identisch ist.

Schließlich möchte ich noch hinweisen auf die Bedeutung der neulich erschienenen Arbeit von Ph. Frank[1]), welche die Übereinstimmung zwischen der Lorentzschen elektronentheoretischen und der Minkowskischen Behandlung der Elektrodynamik bewegter Körper durch Berücksichtigung der Lorentzkontraktion wiederherstellt. Der Vorzug der elektronentheoretischen Behandlungsweise liegt einerseits darin, daß sie eine anschauliche Deutung der Feldvektoren liefert, andererseits darin, daß sie auskommt ohne die willkürliche Voraussetzung, daß die Differentialquotienten der Geschwindigkeit der Materie in den Differentialgleichungen nicht auftreten.

Bern, Januar 1909.

1) Ph. Frank, Ann. d. Phys. 27. p. 1059. 1908.

(Eingegangen 22. Januar 1909.)

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.