

Vorkurs Mathematik
für Physiker und Materialwissenschaftler
WS 2008/2009

Priv.-Doz. Dr. Volker Eyert, Priv.-Doz. Dr. Karl-Heinz Höck

Blatt 6

1. Entwickeln Sie die Funktion $f(x) = \exp[\sin(x)]$ bis zur dritten Ordnung in x um $x = 0$ auf zwei verschiedene Weisen. Bestimmen Sie zunächst die Entwicklung durch explizite Berechnung der ersten drei Ableitungen von $f(x)$. Verwenden Sie für den alternativen Weg die bereits bekannten Taylorreihen der Exponential- und der Sinusfunktion.
2. Integrale des Typs $\int dx R(\sin(x), \cos(x))$, wobei R eine rationale Funktion ist, lassen sich durch die Substitution $y = \tan(x/2)$ auf ein Integral über eine rationale Funktion von y zurückführen.

(a) Zeigen Sie, dass für diese Substitution gilt:

$$dx = \frac{2}{1+y^2} dy \quad \cos(x) = \frac{1-y^2}{1+y^2} \quad \sin(x) = \frac{2y}{1+y^2}$$

(b) Bestimmen Sie mit Hilfe dieser Substitution das unbestimmte Integral

$$I(x) = \int dx \frac{1}{\sin(x)(1+\cos(x))}.$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit den Angaben einer geeigneten Integraltafel.