Vorlesung Mathematische Konzepte
WS 2009/2010

Priv.-Doz. Dr. Volker Eyert

Blatt 4

---

1. Berechnen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe der Unter- und Obersummen (überprüfen Sie das Ergebnis anhand der üblichen Integrationsregeln):

   (a) $\displaystyle\int_0^1 x^3 \, dx$,

   (b) $\displaystyle\int_a^b \mathrm{e}^x \, dx$.

2. Berechnen Sie die angegebenen (unbestimmten) Integrale.

   (a) $\displaystyle\int dx (2x+3)^4$,

   (b) $\displaystyle\int dx (11x^2+7)^2$,

   (c) $\displaystyle\int dx [x(x^2+3)^{10}]$,

   (d) $\displaystyle\int dx \frac{x}{1-x^2}$,

   (e) $\displaystyle\int dx [xe^{-x^2}]$,

   (f) $\displaystyle\int dx [xe^{1-x}]$ (partielle Integration!),

   (g) $\displaystyle\int dx \tan(x) = \int dx \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$,

   (h) $\displaystyle\int dx [x\cos(3x^2+1)]$,

   (i) $\displaystyle\int dx \frac{\sin(x)\cos(x)}{1+\sin^2(x)}$,

   (j) $\displaystyle\int dx [x\ln(x)]$ (partielle Integration!),

   (k) $\displaystyle\int dx \ln(x)$ (partielle Integration!).

3. Berechnen Sie die folgenden Integrale:

   (a) $\displaystyle\int_1^4 \frac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \, dx$,

   (b) $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{\mathrm{e}^x} \cdot \mathrm{e}^x \, dx$,

(c) $\displaystyle\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2} \frac{\ln(\ln x)}{x \cdot \ln x}\, dx$,

(d) $\displaystyle\int_0^2 x^2 \mathrm{e}^x\, dx$,

(e) $\displaystyle\int_1^2 (\ln x)^3\, dx$,

(f) $\displaystyle\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2} \frac{\ln(\ln x)}{x}\, dx$.

4. Bestimmen Sie Rekursionsformeln für die folgenden Integrale:

(a) $\displaystyle\int_0^2 x^n \mathrm{e}^x\, dx$,

(b) $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} x^3 \cdot (\ln x)^n\, dx$.