Lehrstuhl für Theoretische Physik II
Prof. Dr. Ulrich Eckern

Übungen zur Theoretischen Festkörperphysik II — SS 2008
Blatt 5

Dichte-Response eines gestörten Elektronensystems: Diffusion

1. Betrachten Sie den bekannten Ausdruck für den Response der Ladungsdichte auf ein skalares Potential,

$$\chi(\vec{r}, \vec{r}\,', \omega_0) = -2e^2 \frac{1}{\beta} \sum_{\omega_n} \mathcal{G}(\vec{r}, \vec{r}\,', \omega_n + \omega_0) \mathcal{G}(\vec{r}\,', \vec{r}, \omega_n) \; ,$$

   und berechnen Sie den Defekt-Mittelwert dieses Ausdrucks mit Hilfe der Methode "quick and dirty". Bestimmen Sie zunächst den Beitrag, der sich ergibt, wenn Sie die beiden Greenschen Funktionen durch ihre Defekt-Mittelwerte (in der üblichen Näherung) ersetzen:

2. Summieren Sie dann die "Leiter-Diagramme" folgenden Typs auf:

   Das Ergebnis, das Sie nun erhalten, kann immer noch nicht korrekt sein. Warum?

3. Korrigieren Sie das Problem der Methode "quick and dirty", nämlich die fehlenden Konvergenz, in dem Sie im Integranden – bevor Sie die Frequenz-Summation und die Wellenvektor-Integration vertauschen – einen geeigneten Term abziehen und addieren. Hier bietet sich der Ausdruck an, der dem Dichte-Response des reinen Systems im homogenen Grenzfall ($q = 0$) entspricht.

Hinweise: Bei der Methode "quick and dirty" ist an "unkritischen" Stellen $|\vec{k}| \to k_F$ zu setzen. Betrachten Sie $q\ell \ll 1$, mit $\ell = v_F\tau$, d. h. vernachlässigen Sie insbesondere Terme $\sim q^2$ in der 1-Teilchen-Energie $\xi_{\vec{k}+\vec{q}}$. Führen Sie frühzeitig die folgende Funktion ein:

$$I_0(\vec{q}, \omega_0) = \langle \frac{1}{1 + \tau(\omega_0 + i\vec{v}_F \cdot \vec{q}} \rangle_\Omega \; ,$$

und berechnen Sie diese (mit $\omega_0 \to -i\omega$) im niederfrequenten, langwelligen Grenzfall. Die Diffusionskonstante ist $D = v_F^2\tau/3$.