

Übungen zur Theoretischen Festkörperphysik II — SS 2008
Blatt 3

1. Greensche Funktion für Phononen bei endlichen Temperaturen

Der Feldoperator der (longitudinalen) Phononen ist wie folgt definiert:

$$\varphi(\vec{r}) = i \sum_{\vec{q}} \left(\frac{\omega_{\vec{q}}}{2 \cdot \text{Vol}} \right)^{1/2} \left[b_{\vec{q}} e^{+i\vec{q} \cdot \vec{r}} - b_{\vec{q}}^{\dagger} e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} \right]$$

(Wir haben $\hbar = 1$ gesetzt.)

- (a) Berechnen Sie den Kommutator $[\varphi(\vec{r}), \varphi(\vec{r}')]$.
- (b) Bestimmen Sie $\varphi(\vec{r}, \tau)$, d. h. im Dirac-Bild.
- (c) Berechnen Sie die “freie” Greensche Funktion der Phononen,

$$D_0(x, x') = -\langle T_{\tau} \{ \varphi(\vec{r}, \tau) \varphi(\vec{r}', \tau) \} \rangle_0$$

mit $x = (\vec{r}, \tau)$ etc., und ihre Fourier-Transformierte.

2. Zeigen Sie, mit Hilfe der Resultate aus dem Wintersemester (§ 7 der Vorlesung), dass der Hamiltonoperator für die Wechselwirkung der Elektronen mit longitudinalen Phononen die folgende Form hat:

$$H_{\text{el-ph}} = g \int d^3r \Psi_{\sigma}^{\dagger}(\vec{r}) \Psi_{\sigma}(\vec{r}) \varphi(\vec{r})$$

und schätzen Sie die Kopplungskonstante g ab, ebenso $\lambda = g^2 N(\epsilon_F)$.

- 3. Diskutieren Sie die Diagramme, die bei der Berechnung der elektronischen Greenschen Funktion aufgrund der Elektron-Phonon-Wechselwirkung auftreten.
- 4. Bestimmen Sie explizit die Korrektur niedrigster Ordnung zur elektronischen Selbstenergie, d. h. den Beitrag, der so aussieht wie das Fock-Diagramm, im Rahmen des Matsubara-Formalismus für endliche Temperaturen. Berechnen Sie den Imaginärteil für kleine Frequenzen $|\omega_n| \ll \omega_D$, und interpretieren Sie das Resultat.

Literatur: Abrikosov, Gorkov, Dzyaloshinski (AGD), Sections 7.2, 9.1, 14.2.