Lehrstuhl für Theoretische Physik II
U. Eckern

Übungen zur Theoretischen Festkörperphysik I — WS 2007/08
Blatt 5

1. Bestimmen Sie, zur Vereinfachung für den eindimensionalen Fall, die Bandstruktur in der Nähe des Randes der ersten Brillouin-Zone, d. h. nahe $\pm g/2$, mit $g = 2\pi/a$.

   (a) Begründen Sie dazu zunächst den Ansatz
   $$\psi_{\mathbf{k}}(x) = u_0(k)\mathrm{e}^{ikx} + u_1(k)\mathrm{e}^{i(k-g)x} \quad .$$

   (b) Leiten Sie mit Hilfe des Variationsverfahrens (Ritz-Verfahren) die Gleichungen für $u_0(k)$ und $u_1(k)$ her.

   (c) Bestimmen Sie die Energie-Eigenwerte und diskutieren Sie das Ergebnis.

   Literatur: Ashcroft-Mermin, ch. 9.

2. Betrachten Sie einen zweidimensionalen Festkörper, aufgebaut aus quadratischen primitiven Einheitszellen der Seitenlänge a, mit nicht-wechselwirkenden Elektronen, deren Dispersion durch
   $$\epsilon(k_x, k_y) = -2t[\cos(k_x a) + \cos(k_y a)]$$
   gegeben ist.

   (a) Stellen Sie einen Zusammenhang zu den Überlegungen aus Blatt 1, Aufgabe 3 her.

   (b) Wie sieht die erste Brillouin-Zone aus? Berechnen und diskutieren Sie die Gruppengeschwindigkeit.

   (c) Bestimmen Sie die Fermifläche für den Fall kleiner Füllung, d. h. $N_{el} \ll N$, wobei N_{el} die Zahl der Elektronen und N die Zahl der Gitterplätze bedeutet.

   (d) Bestimmen Sie die Fermifläche für den Fall halber Füllung, d. h. $N_{el} = N$.

   (e) Bestimmen Sie die Fermifläche für den Fall fast vollständiger Füllung, d. h. $N_{el} \approx N$.

3. Wiederholen Sie die Überlegungen der vorherigen Aufgabe für den Fall einer quasi-eindimensionalen Dispersion,
   $$\epsilon(k_x, k_y) = -2t_0 \cos(k_x a) - 2t_1 \cos(k_y a) \quad ,$$
   mit $t_1 \ll t_0$.

4. Zeigen Sie, dass für einen "intrinsischen" Halbleiter das chemische Potential bei $T \to 0$ in der Mitte der Energielücke liegt. Hinweis: Bezeichnen Sie mit ϵ_v bzw. ϵ_c die größte Energie des Valenzbandes ("v") bzw. die kleinste Energie des Leitungsbandes ("c"). Dann ist die Energielücke durch $\Delta = \epsilon_c - \epsilon_v$ gegeben. Nehmen Sie an: $\mu - \epsilon_v \gg kT$, $\epsilon_c - \mu \gg kT$, und $\Delta \gg kT$.

   Literatur: Ashcroft-Mermin, ch. 28.