Vorlesung Mathematische Konzepte
WS 2009/2010

Priv.-Doz. Dr. Volker Eyert

Blatt 1

---

1. $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_3$ seien orthogonale Einheitsvektoren in x, y, z-Richtung

   (a) Berechnen Sie
   $$\mathbf{e}_1 \cdot (\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3) \ , \quad (4\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_3) \cdot (7\mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3) \ .$$

   (b) Bestimmen Sie α so, daß die Vektoren
   $$\mathbf{a} = 4\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2 + \alpha\mathbf{e}_3$$
   und
   $$\mathbf{b} = 7\mathbf{e}_1 + 6\mathbf{e}_2 - 5\mathbf{e}_3$$
   orthogonal zueinander sind.

   (c) Zerlegen Sie den Vektor
   $$\mathbf{a} = 3\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 = \mathbf{a}_{\|} + \mathbf{a}_{\perp}$$
   in einen Vektor $\mathbf{a}_{\|}$ parallel und einen Vektor $\mathbf{a}_{\perp}$ senkrecht zum Vektor
   $$\mathbf{b} = 2\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3 \ .$$
   Überprüfen Sie
   $$\mathbf{a}_{\|} \cdot \mathbf{a}_{\perp} = 0$$

   (d) Geben Sie für die Vektoren
   $$\mathbf{a} = 3\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3$$
   und
   $$\mathbf{b} = 2\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3$$
   die Vektoren $(\mathbf{a} + \mathbf{b})$, $(\mathbf{a} - \mathbf{b})$ und $(3\mathbf{a} - 2\mathbf{b})$ an. Berechnen Sie die Beträge dieser Vektoren und überprüfen Sie die Gültigkeit der Dreiecksungleichung
   $$|\mathbf{a} + \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}| \ .$$
   Berechnen Sie
   $$\mathbf{a} \times \mathbf{b} \ , \quad (\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times (\mathbf{a} - \mathbf{b}) \ , \quad (\mathbf{a} - \mathbf{b}) \cdot \mathbf{b} \ .$$

2. Gegeben seien die Vektoren $\mathbf{a} = (a, 0, 0)$, $\mathbf{b} = (0, b, 0)$, $\mathbf{c} = (0, 0, c)$. Berechnen Sie $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$, $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$, $\mathbf{b} \times \mathbf{a}$, $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$ und $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c}$.